

UNIVERSIDAD LABORAL DE ALCALÁ DE HENARES

ESCUELA UNIVERSITARIA DE

INGENIERÍA TÉCNICA DE TELECOMUNICACIÓN

Especialidad: EQUIPOS ELECTRÓNICOS

1972-1975

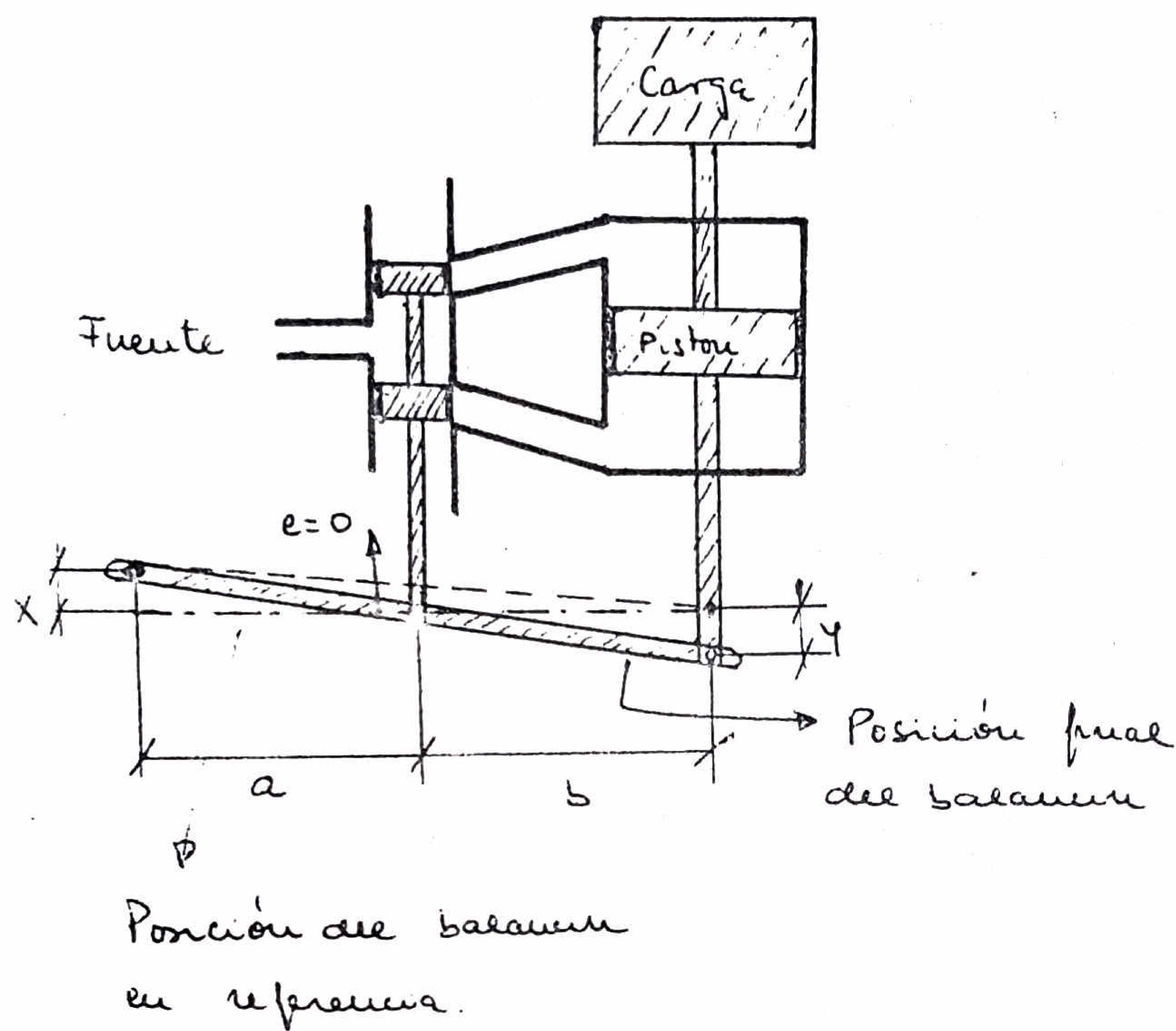
SISTEMAS REALIMENTADOS DE CONTROL

SERVOTECNIA

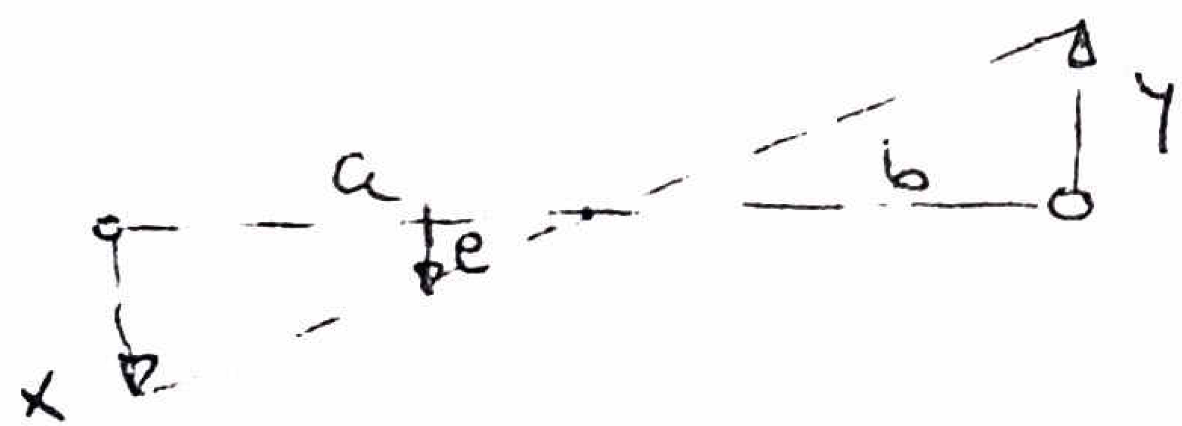
PROBLEMAS RESUELTOS

1

Determinar la relación general que existe entre x e y en el servomotor hidráulico de la figura. Construir el diagrama de bloques del sistema.



En el balancín, tenemos.

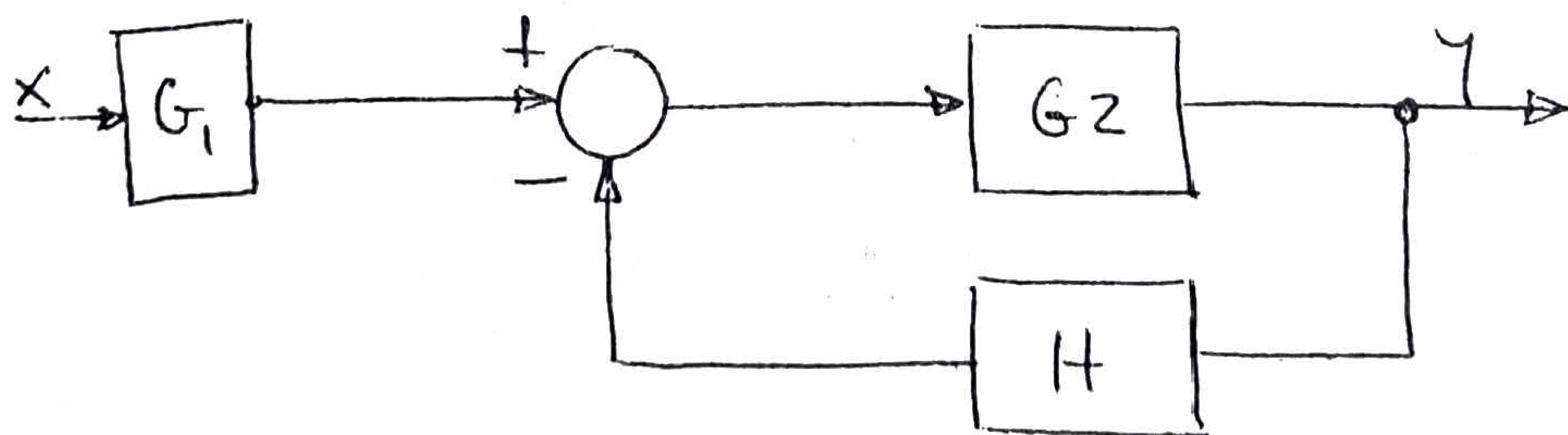


$$e = \frac{b}{a+b}x - \frac{a}{a+b}y$$

y, por otra parte:

$$y = \frac{K_1}{s}e$$

Por tanto,

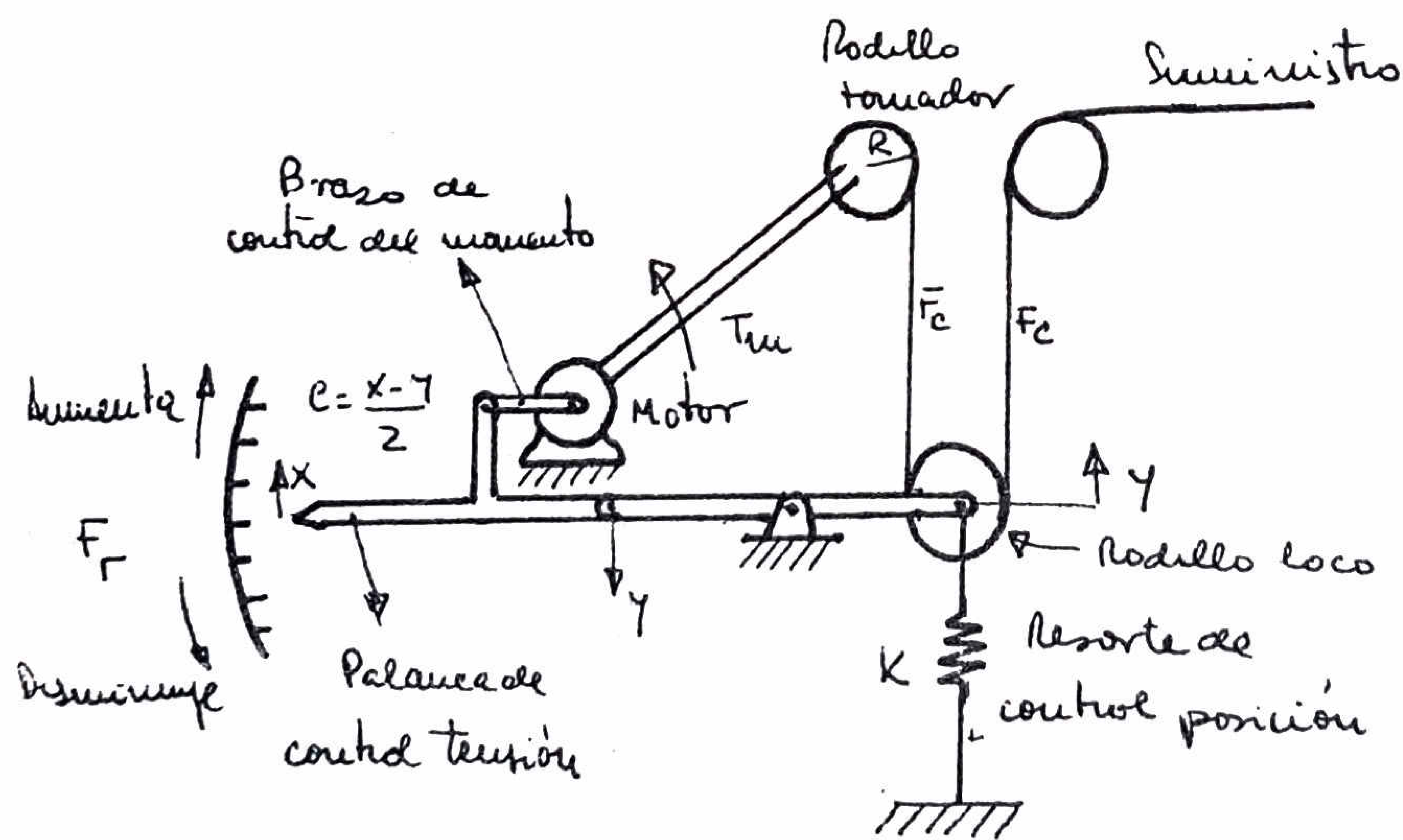


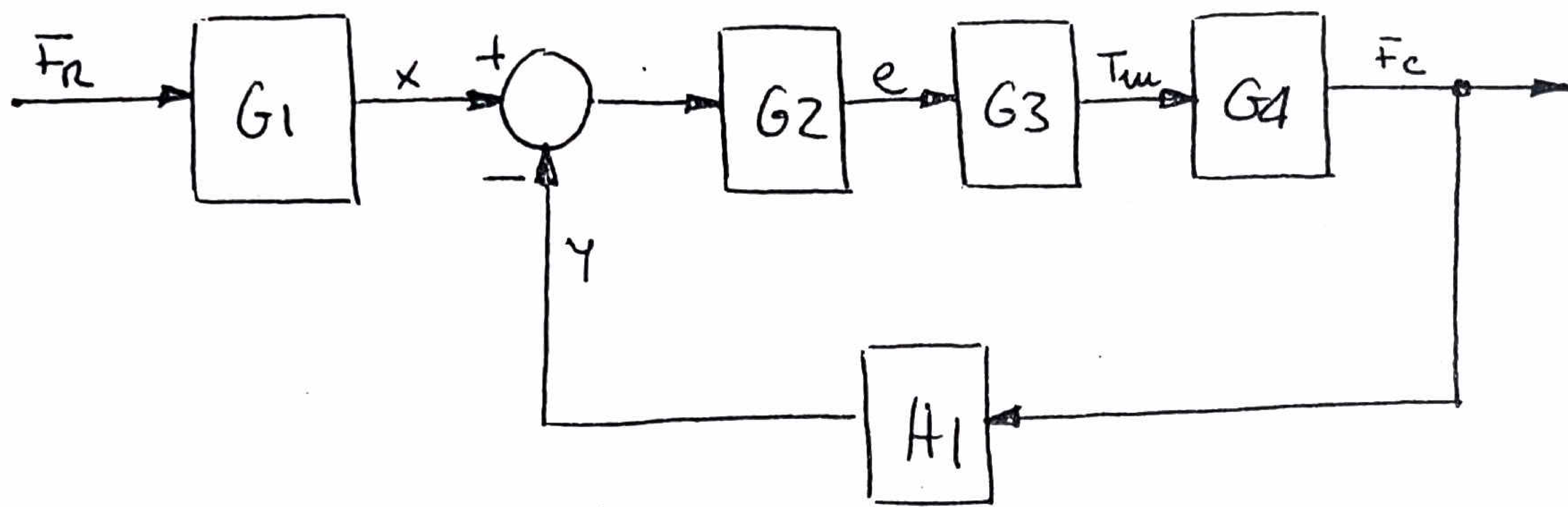
en donde $G_1 = \frac{b}{a+b}$;; $G_2 = \frac{K_1}{s}$;; $H = \frac{a}{a+b}$

2

En la figura se ilustra un dispositivo regulador de tensión tal como se usa en la industria del papel. Para asegurar un arrollamiento uniforme, es necesario mantener constante la tensión F_c a medida que la hoja se va arrollando sobre el cilindro tomador. Para aumentar la tensión del papel se levanta la palanca de control de tensión. Con esto se levanta el brazo de control de momento T_m del motor que se aplica al cilindro tomador.

El cambio de momento provisto por el motor es $T_m = \dfrac{K_m\, e}{1 + \tau s}$. Determinar el diagrama de bloques que vincula una variación f_r de la tensión de referencia con una variación de la tensión controlada f_c.





Valores de los distintos bloques:

G_1 , tabulación de la escala.

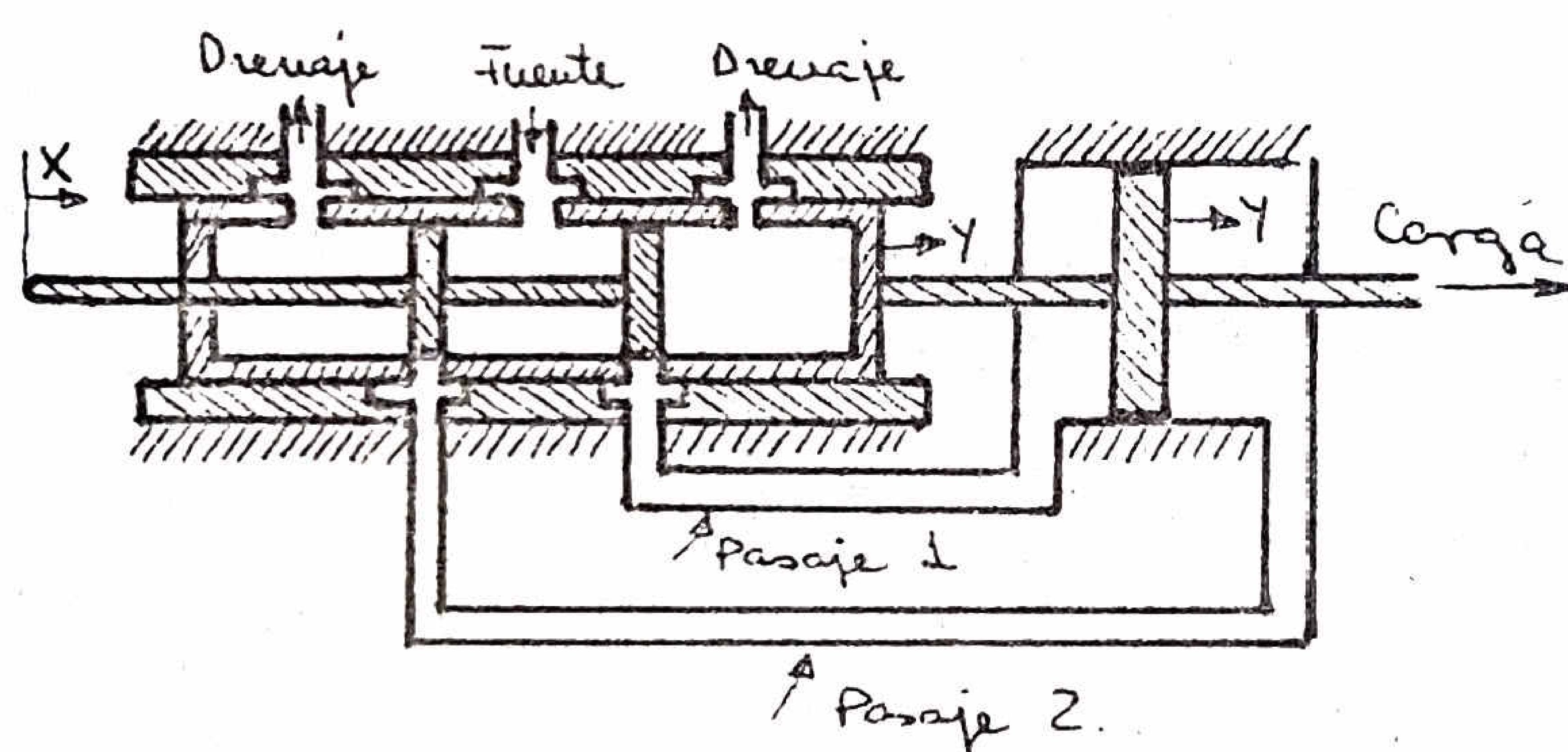
$G_2 = \frac{1}{2}$;; $G_3 = \frac{T_m}{e} = \frac{K_m}{1 + \tau s}$

$G_4 = \frac{F_c}{T_m} = \frac{1}{R}$

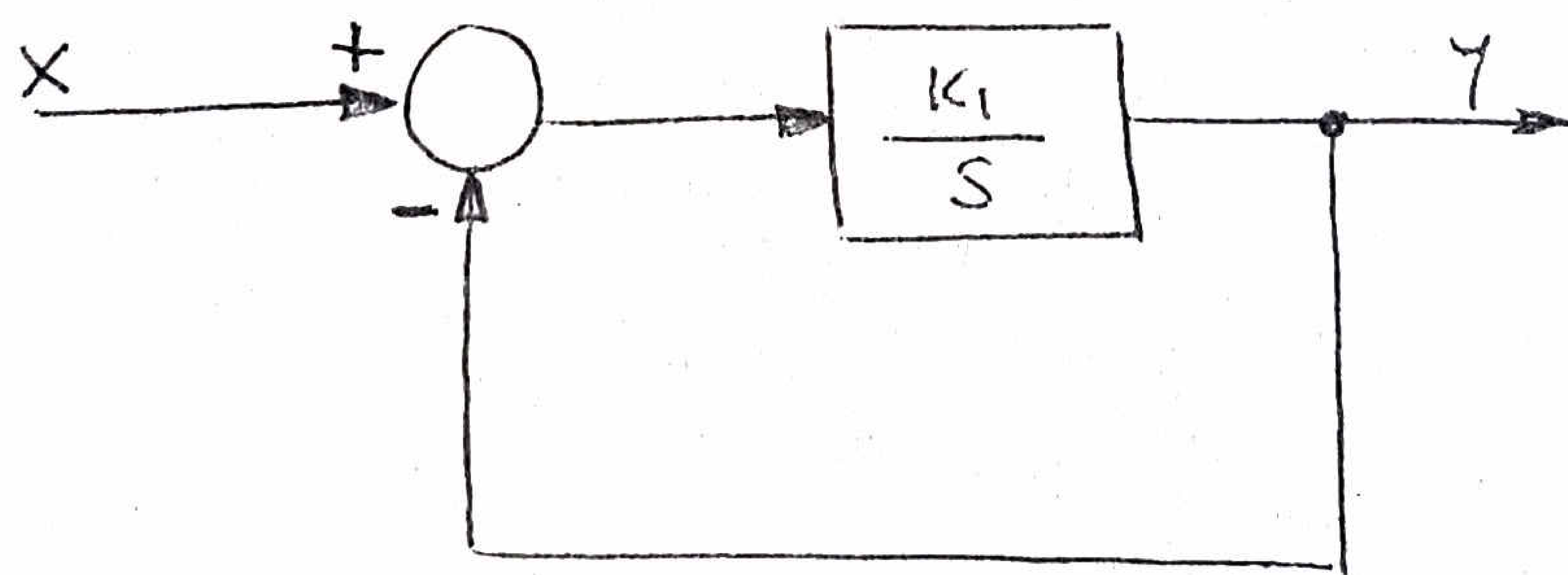
$H_1 = \frac{Y}{F_c} = \frac{2}{K}$

3

En la figura se ilustra un servomotor hidráulico, que es similar al dispositivo amplificador de potencia usado en los unidades de timón de potencia. El movimiento en dirección x de la válvula abre el pasaje 1 a la presión de la fuente, lo que a su vez hace que el pistón grande se desplace hacia la derecha. Dado que el manguito de la válvula está directamente unido a este pistón, el manguito se desplaza también hacia la derecha cerrando el flujo desde la válvula. Determinar el diagrama de bloques que relaciona la posición de entrada x con la de salida y.

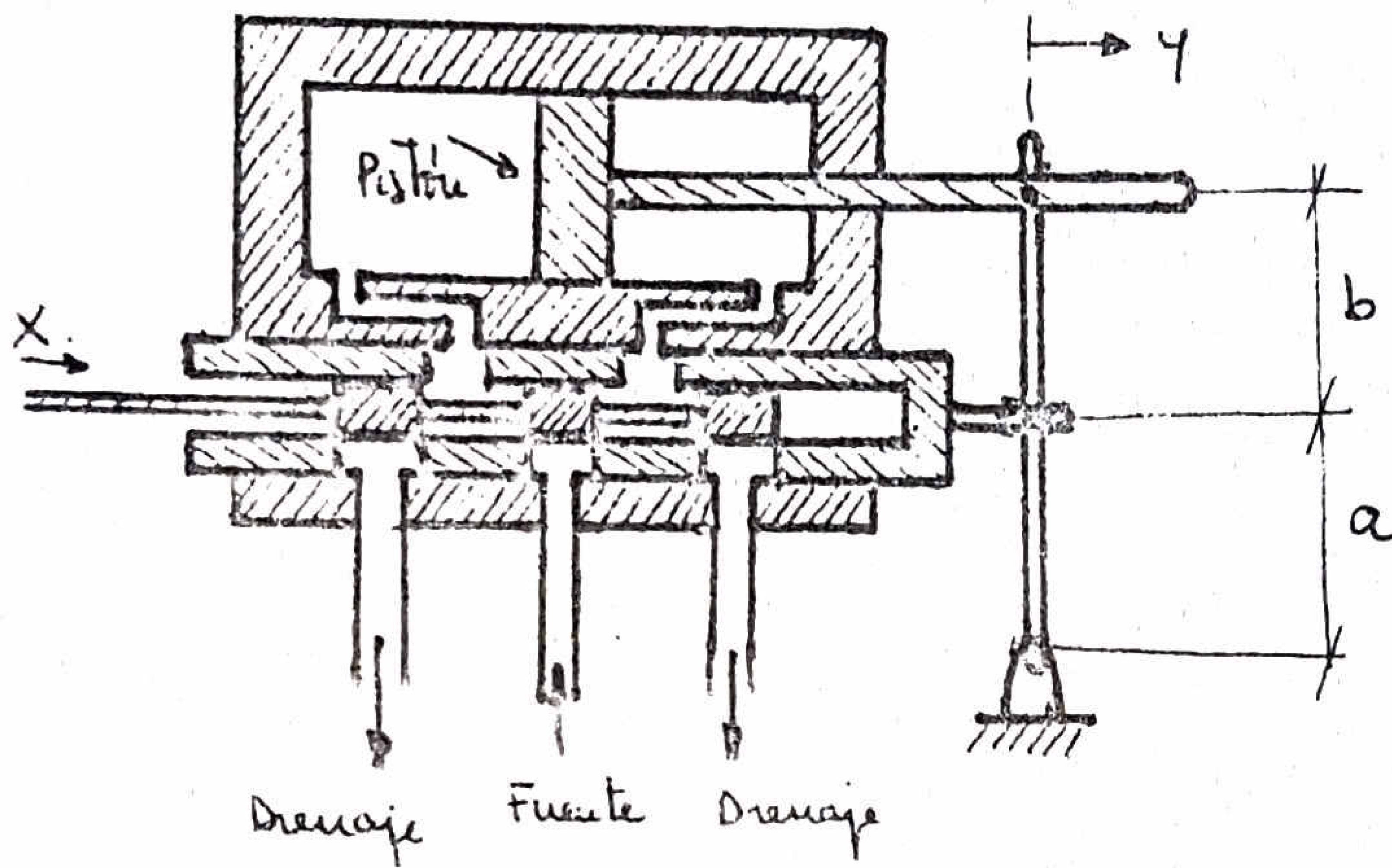


El diagrama de bloques es el siguiente:

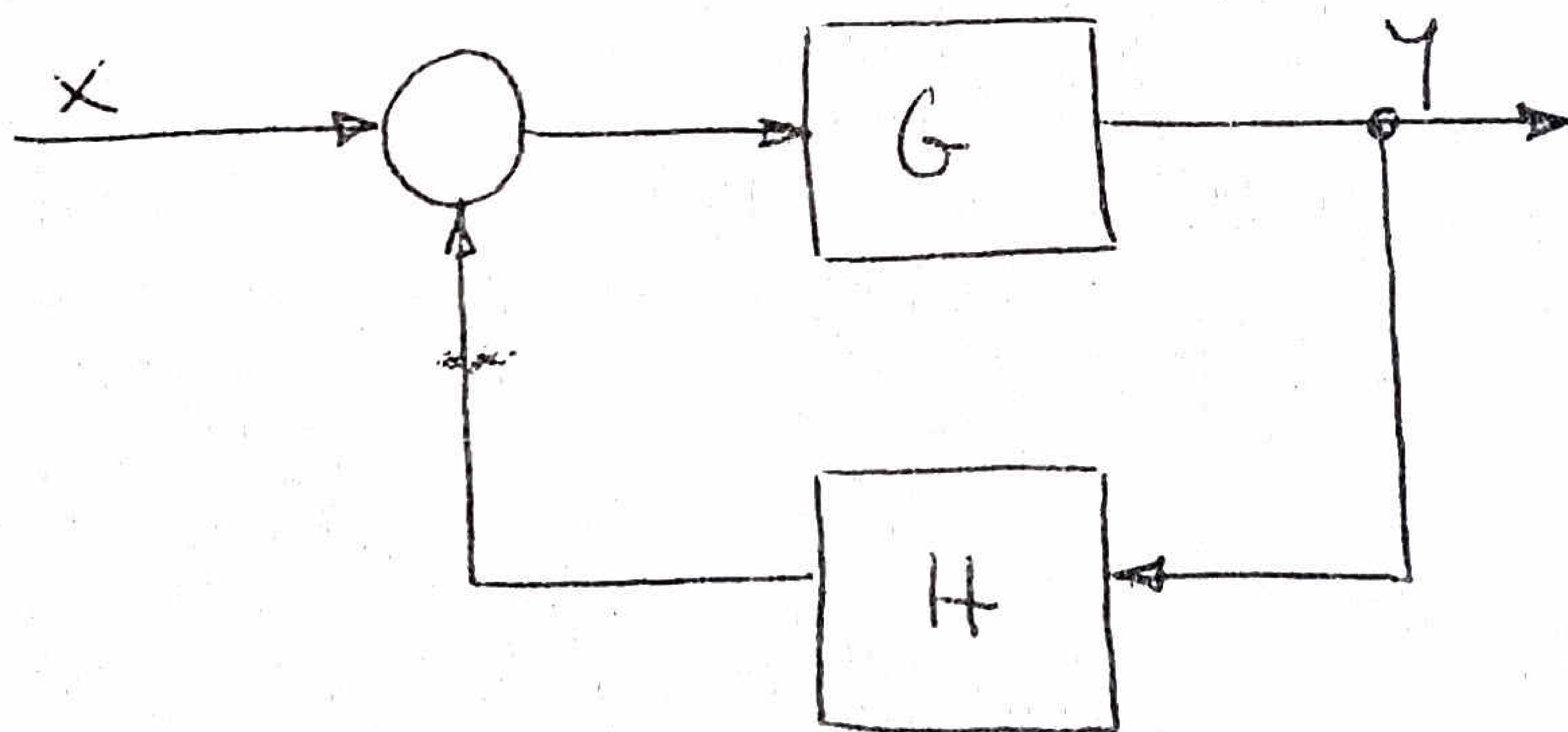


4

En la figura se ilustra una modificación del amplificador hidráulico de potencia del problema anterior. Determinar su diagrama de bloques. (Obsérvese que la posición del manguito es $[a/(a+b)]y$).



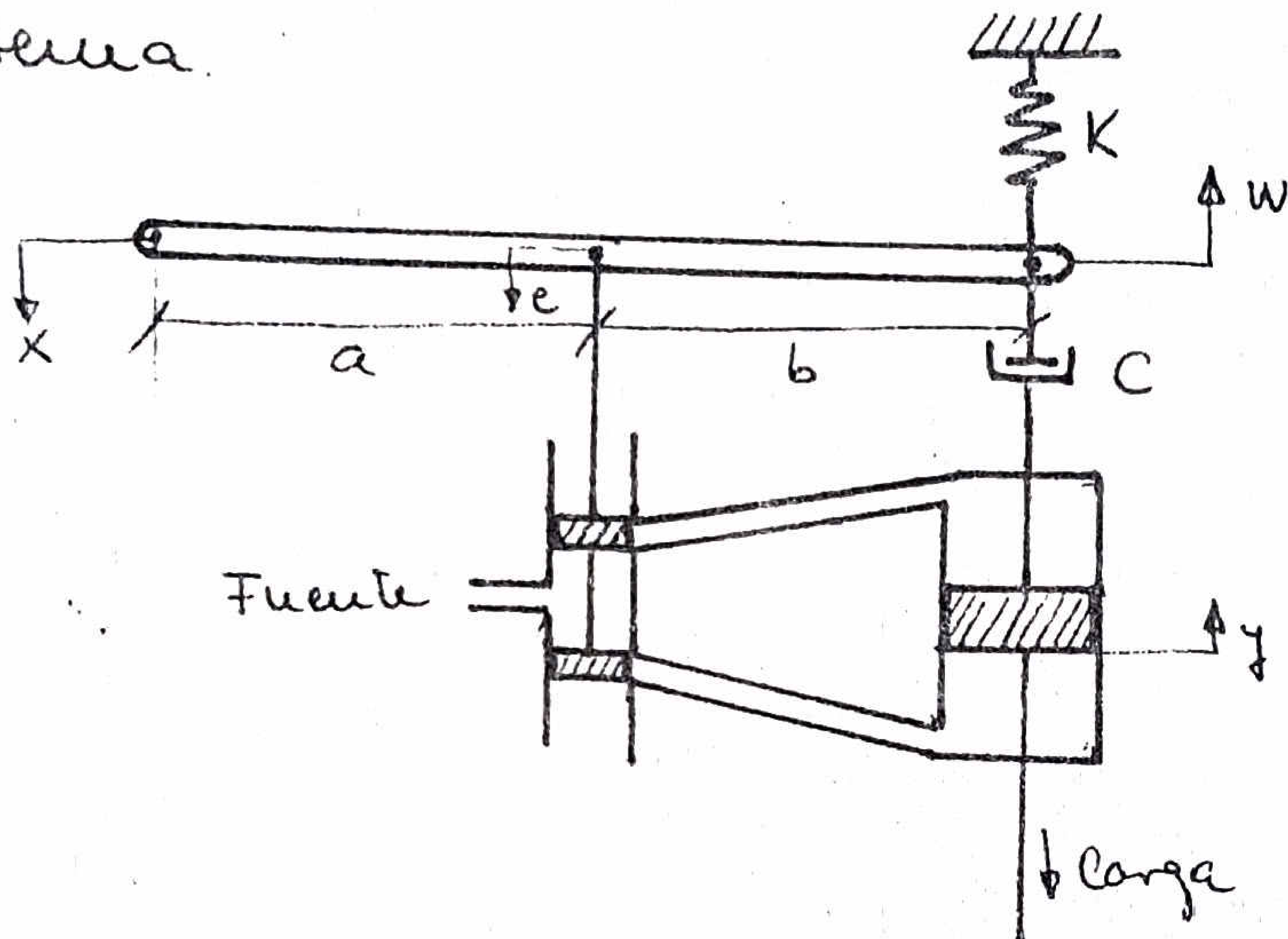
El diagrama de bloques es el siguiente:



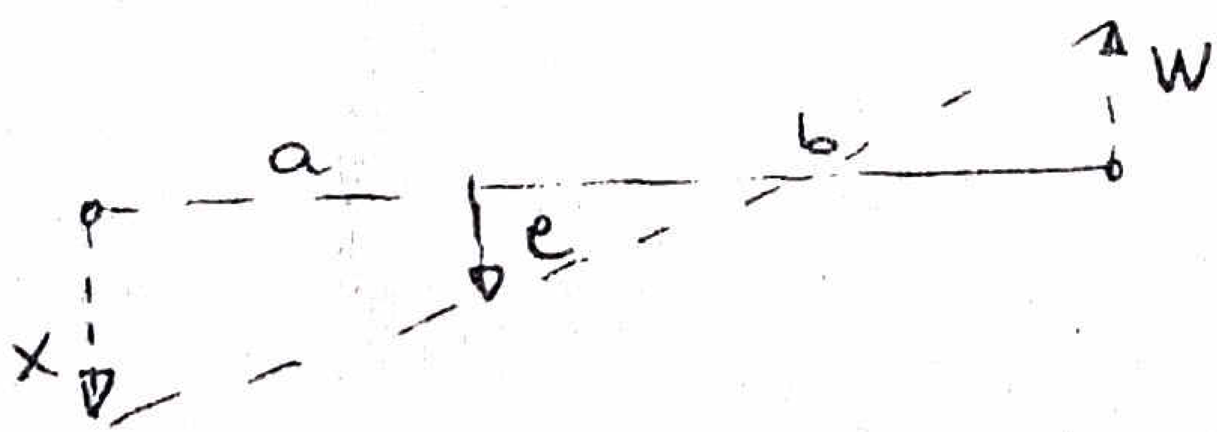
En donde $G = \frac{K_1}{s}$; $H = \frac{a}{a+b}$

5

Para el amplificador hidráulico de la figura, determinar el diagrama de bloques para el varillaje oscilante y también el diagrama de bloques que relacione e con y e y con w. Combinar ambos diagramas para obtener el general del sistema.

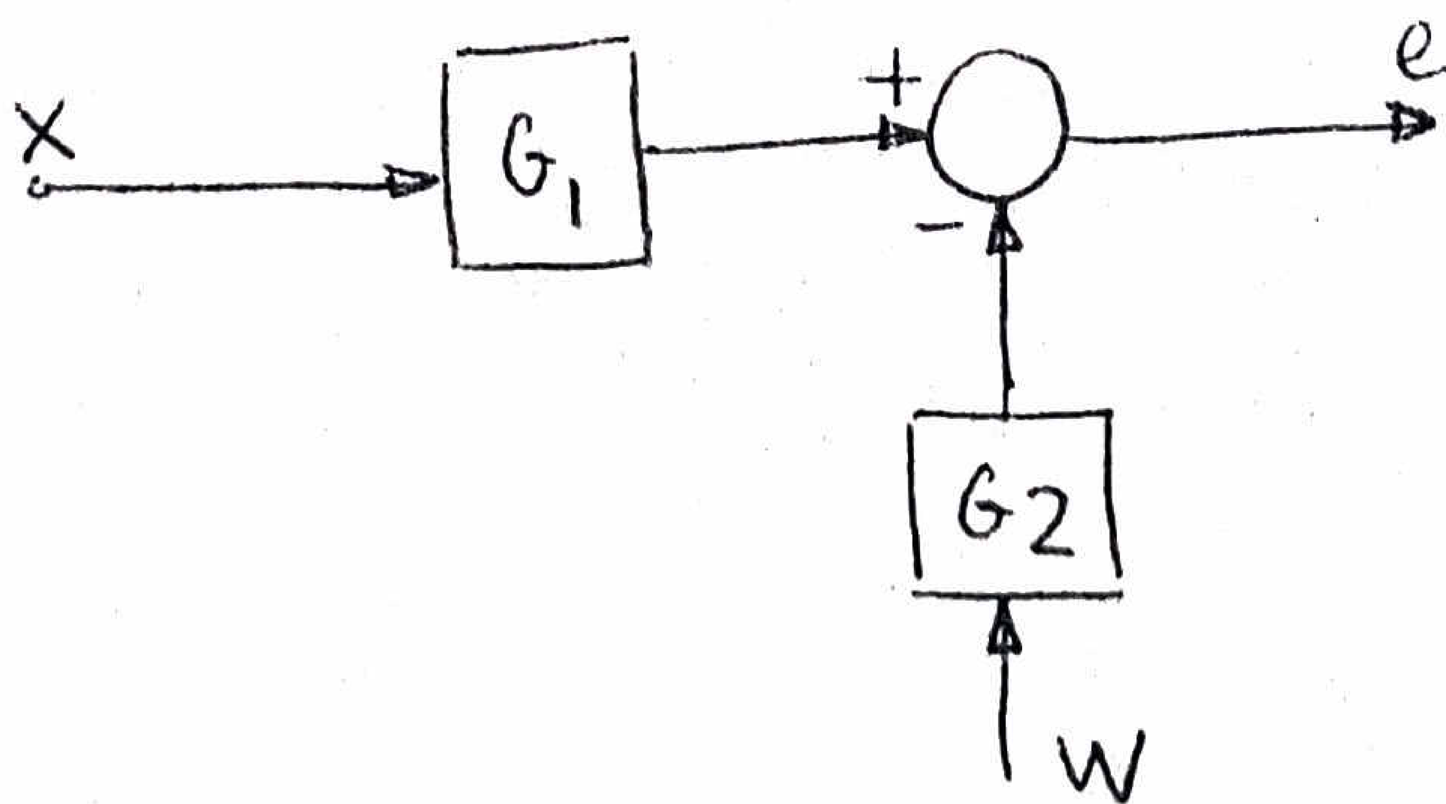


Para el varillaje oscilante, tenemos.



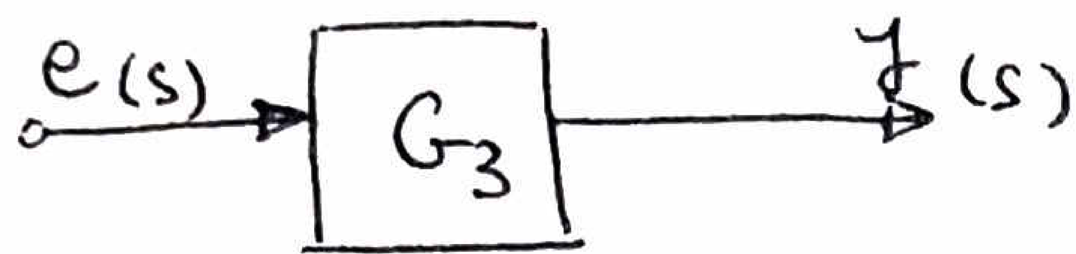
$$e = \frac{b}{a+b} x - \frac{a}{a+b} W$$

Por tanto.



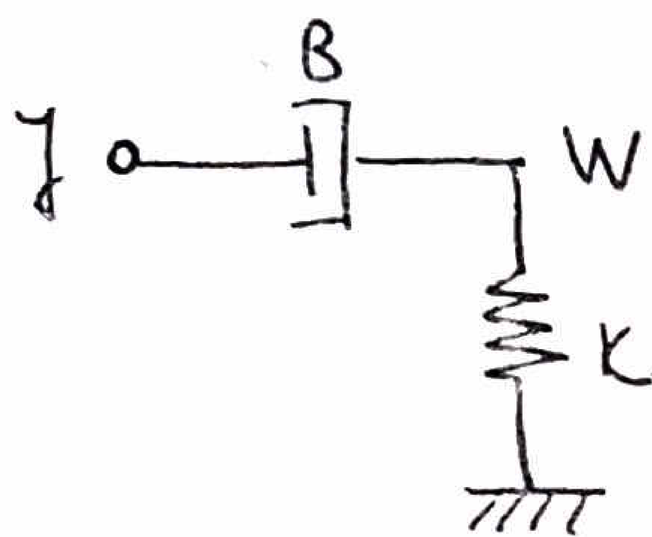
en donde $G_1 = \frac{b}{a+b}$ " $G_2 = \frac{a}{a+b}$

Relación entre $\underline{e}$ y $\underline{z}$



en donde $G_3 = \frac{K_1}{S}$

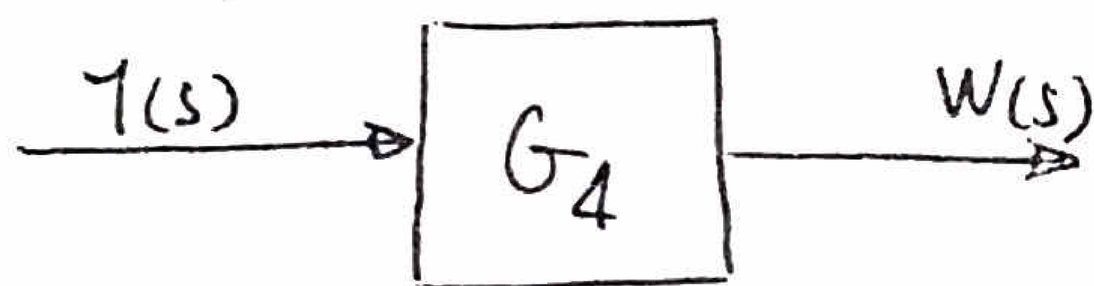
Relación entre z y $\underline{w}$



$$BDy - BDW = KW$$

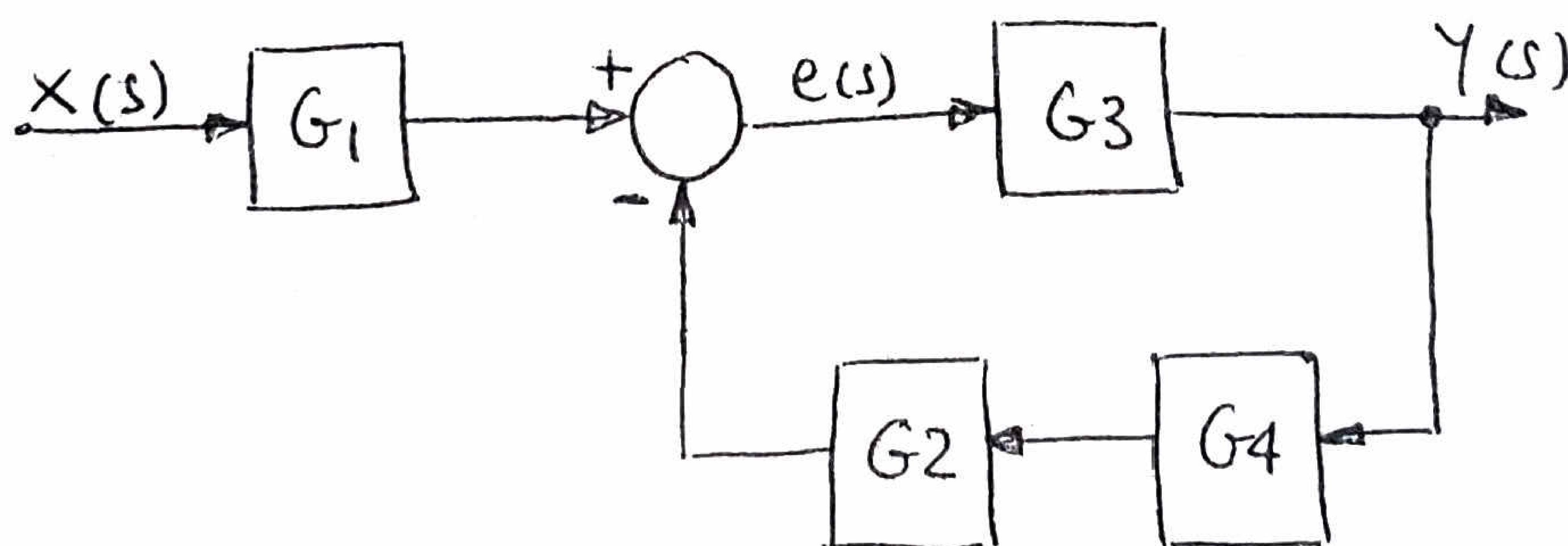
$$W = \frac{BD}{BD+K} y \Rightarrow W_{(s)} = \frac{BS}{BS+K} Y(s)$$

Por tanto :



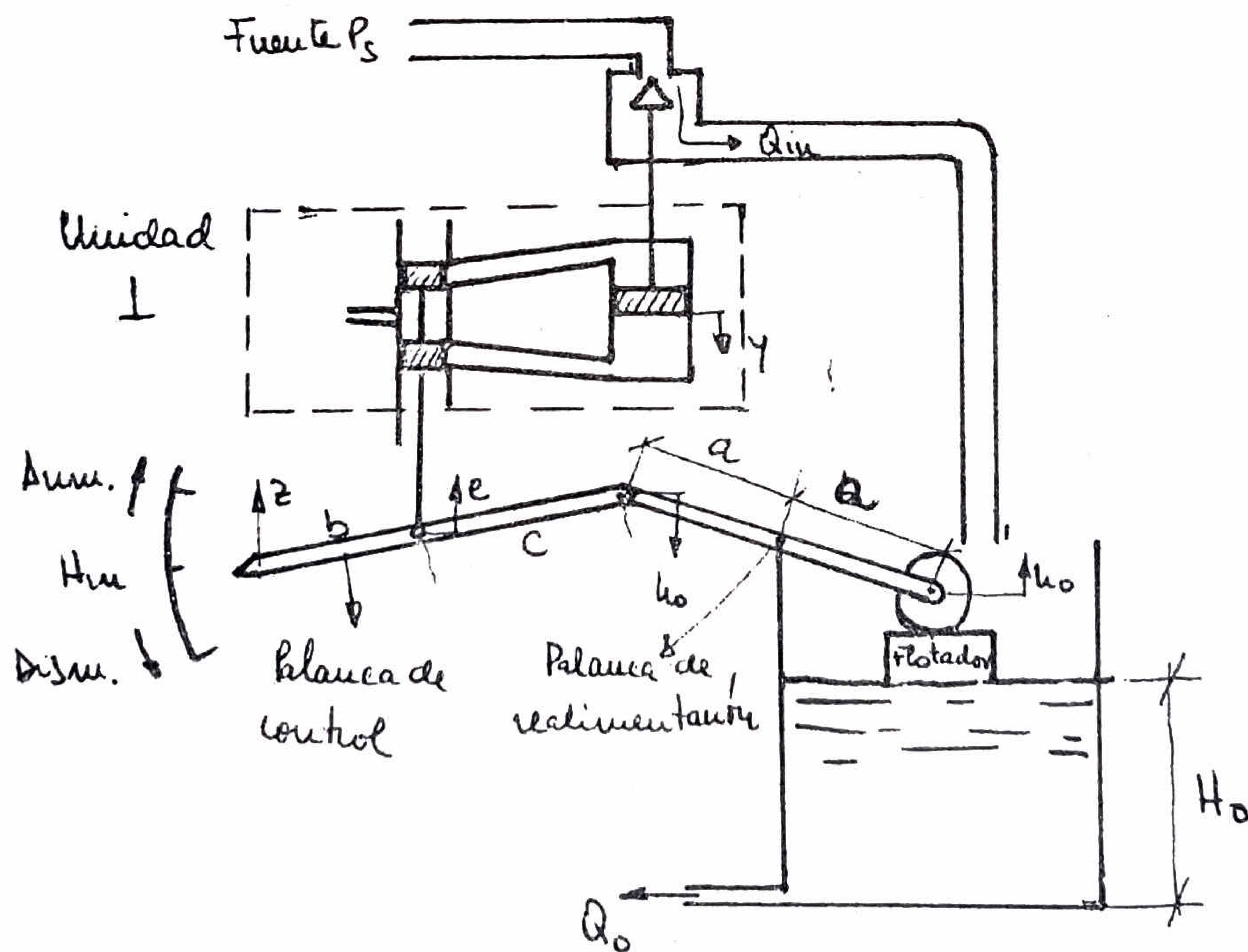
$$G_4 = \frac{B}{K} \; \frac{S}{1+T_1 S}$$

Combinando todos los bloques, tenemos.



Donde G_1 G_2 G_3 y G_4 son los valores ya calculados.

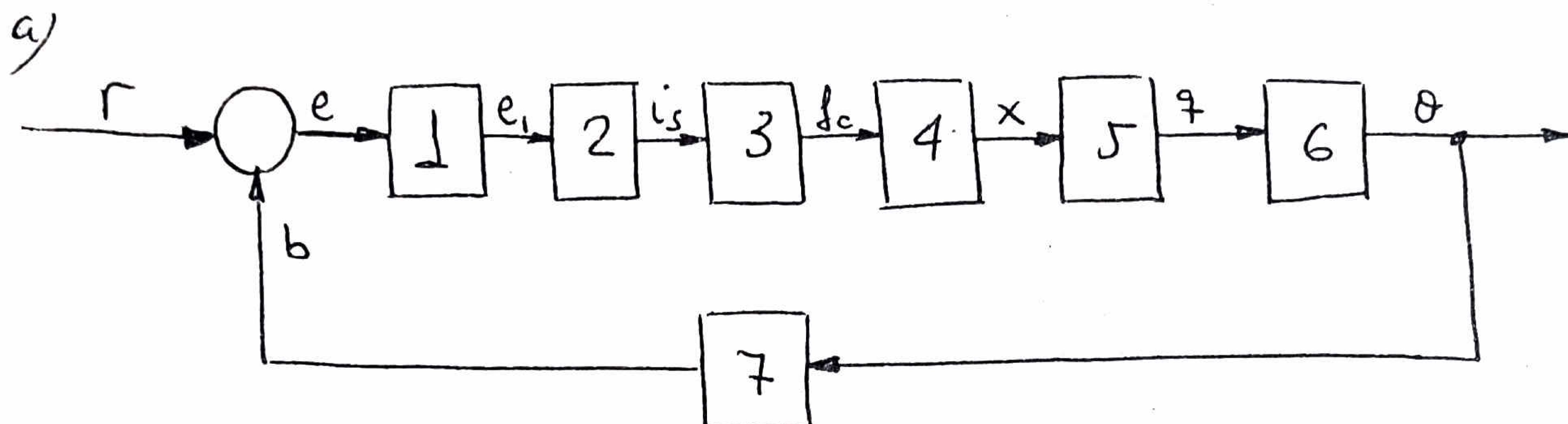
6 - En la figura se ilustra un control de nivel líquido. Para aumentar el nivel líquido la palanca de control se levanta (aumenta z). Con esto se levanta la válvula (posición e), lo que aumenta y, admitiendo mas caudal Qin. El caudal Qin es una función de la abertura de la válvula de caudal Y y de la presión de la fuente P_s. El cambio de volumen líquido en el tanque es la integral respecto del tiempo $(q_{in} - q_o)/s$, la que es igual al area transversal del tanque A_T multiplicada por la variación de nivel ho. El flujo de salida Q_o depende de la columna hidráulica Ho. Dibujar el diagrama de bloques general para este sistema.



7

Problema 5-1 del D'Azzo - Houpis.

a)



b)

$$G_1(s) = \frac{e_1(s)}{e(s)} = K_a$$

$$G_2(s) = \frac{i(s)}{e_1(s)} = \frac{1}{R+Ls} = \frac{K_2}{1+T_2 s} \Rightarrow \quad K_2 = \frac{1}{R} \quad T_2 = \frac{L}{R}$$

$$G_3(s) = \frac{f_c(s)}{i_s(s)} = K_s$$

$$G_4(s) = \frac{x(s)}{f_c(s)} = \frac{1}{Ms^2+Bs+K} = \frac{K_4}{s^2+2\zeta w_n s + w_n^2} \Rightarrow \quad K_4 = \frac{1}{M} \quad w_n^2 = \frac{K}{M} \quad \zeta = \frac{B}{2\sqrt{KM}}$$

$$G_5(s) = K_v$$ K_v = coeficiente del orificio válvula.

$$G_6(s) = \frac{\theta(s)}{q(s)} = \frac{K_c}{s+a} = \frac{K_6}{1+T_6 s} \Rightarrow \quad K_6 = \frac{K_c}{a} \quad T_6 = \frac{1}{a}$$

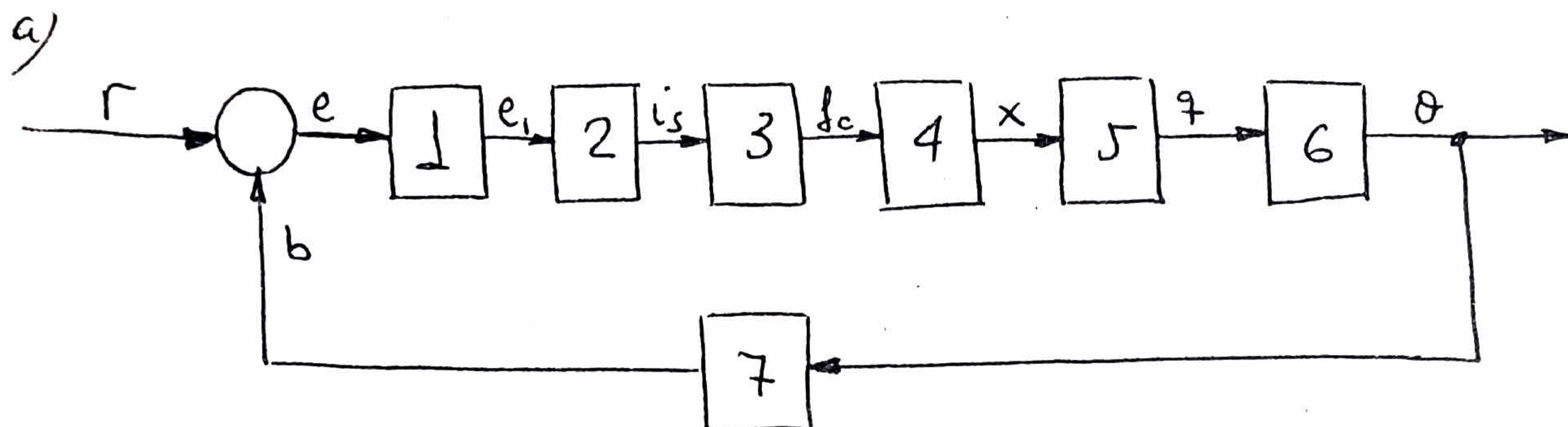
$$H(7) = \frac{b(s)}{\theta(s)} = K_b$$

c) Transferencia de avance.

$$G_{av} = G_1 G_2 G_3 G_4 G_5 G_6 = K_a \frac{K_2}{1+T_2 s} K_s \frac{K_4}{s^2+2\zeta w_n s+w_n^2} K_v \frac{K_6}{1+T_6 s}$$

Problema 5-1 del D'Azzo - Houpis.

a)



b)

$$G_1(s) = \frac{e_1(s)}{e(s)} = K_a$$

$$G_2(s) = \frac{i(s)}{e_1(s)} = \frac{1}{R+Ls} = \frac{K_2}{1+T_2 s} \Rightarrow \quad K_2 = \frac{1}{R} \quad T_2 = \frac{L}{R}$$

$$G_3(s) = \frac{f_c(s)}{i_s(s)} = K_s$$

$$G_4(s) = \frac{x(s)}{f_c(s)} = \frac{1}{Ms^2+Bs+K} = \frac{K_4}{s^2+2\zeta w_n s+w_n^2} \Rightarrow \quad K_4 = \frac{1}{M} \quad w_n^2 = \frac{K}{M} \quad \zeta = \frac{B}{2\sqrt{KM}}$$

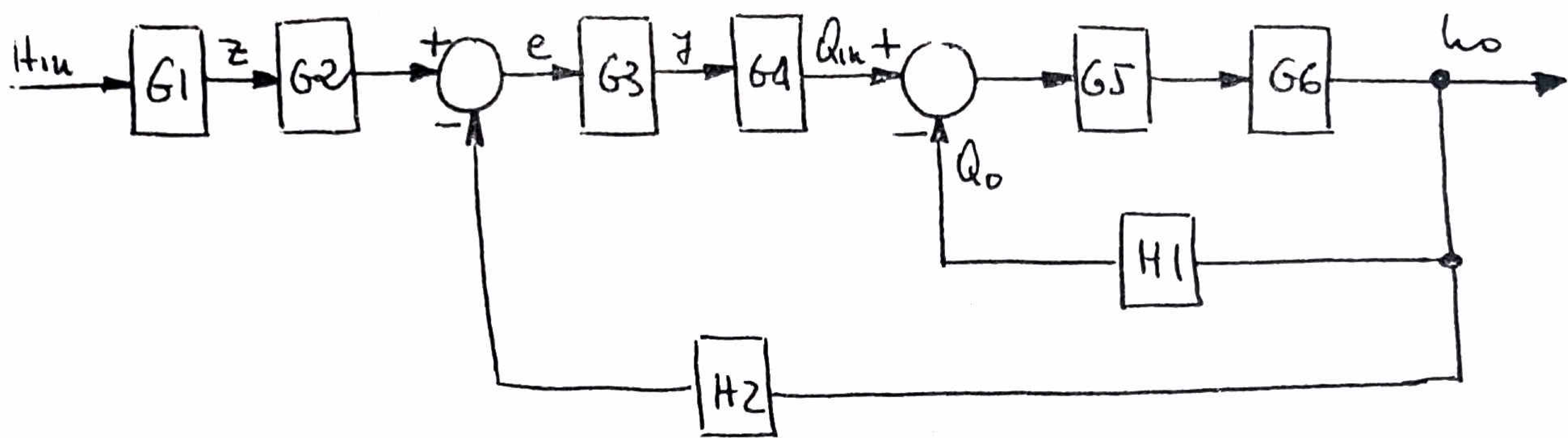
$G_5(s) = K_v$ $\qquad$ K_v = coeficiente del orificio válvula.

$$G_6(s) = \frac{\theta(s)}{q(s)} = \frac{K_c}{s+a} = \frac{K_6}{1+T_6 s} \Rightarrow \quad K_6 = \frac{K_c}{a} \quad T_6 = \frac{1}{a}$$

$$H(7) = \frac{b(s)}{\theta(s)} = K_b$$

c) Transferencia de avance.

$$G_{av} = G_1 G_2 G_3 G_4 G_5 G_6 = K_a \frac{K_2}{1+T_2 s} K_s \frac{K_4}{s^2+2\zeta w_n s+w_n^2} K_v \frac{K_6}{1+T_6 s}$$



$G_1 = \dfrac{z}{H_{in}} = K_1$, según tabulación de la escala

$G_2 = \dfrac{c}{b+c}$

$G_3 = \dfrac{K_3}{s}$ $K_3 = cte$ amplificador hidráulico.

$G_4 = \dfrac{\Delta Q_{in}}{\Delta y} = K_4$ (K_4, coef. del orificio).

Sabemos que $Q_{in} = f(P_s, y)$, por tanto

$$\Delta Q_{in} = \left(\frac{\partial f}{\partial P_s}\right)_{y=cte} \Delta P_s + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{P_s=cte} \Delta y.$$

Si consideramos que la fuente P_s es constante, tenemos

$$\Delta Q_{in} = \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{P_s=cte} \Delta y \implies K_4 \Delta y.$$

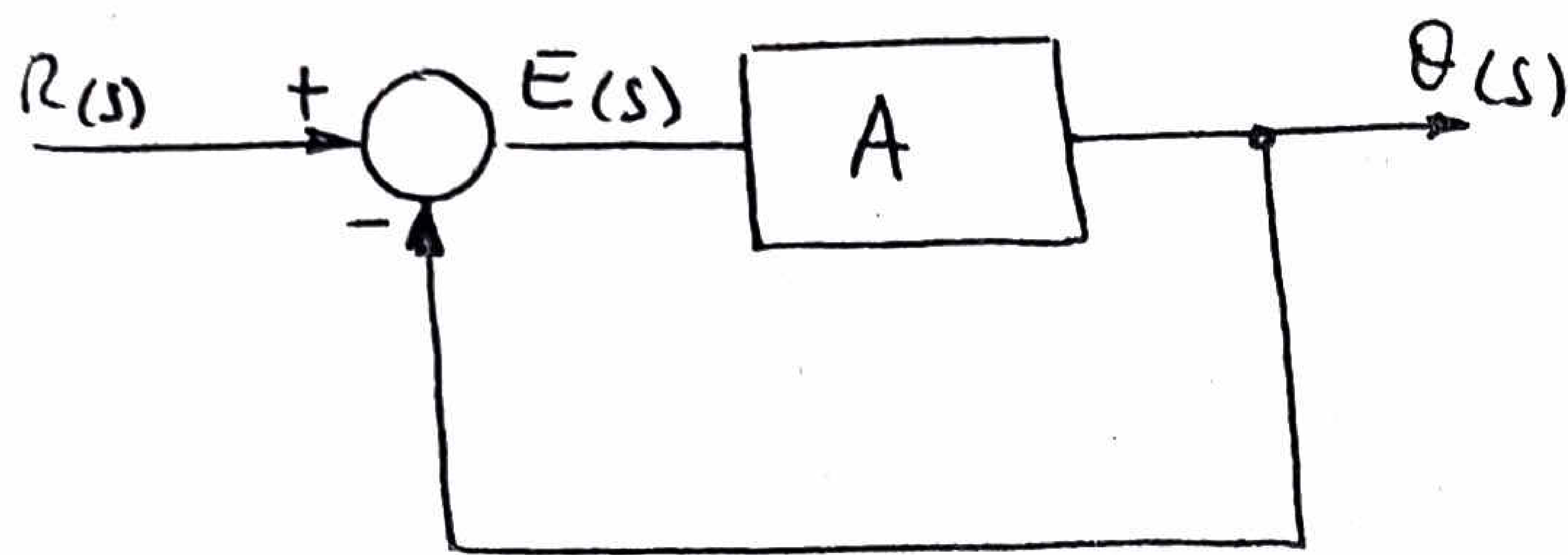
$G_5 = \dfrac{1}{s}$

$G_6 = \dfrac{h_o}{\Delta Q} = \dfrac{1}{A_T}$

$H_1 = K_T$, relación entre Q_o y la columna hidráulica.

$H_2 = \dfrac{b}{b+c}$.

Problema 5-4 del D'Azzo - Houpis.



$$G(s) = \frac{\theta(s)}{R(s)} = \frac{A(s)}{1 + A(s)}$$

$$(Js^2 + Bs)\,\theta = 100\,E(s) + \frac{K}{s}\,E(s) \qquad \text{(C.I. nulas)}$$

$$A(s) = \frac{\theta(s)}{E(s)} = \frac{100s + K}{Js^3 + Bs^2}$$

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{R(s)} = \frac{A(s)}{1 + A(s)} = \frac{100s + K}{Js^3 + Bs^2 + 100s + K}$$

Ecuación característica: $Js^3 + Bs^2 + 100s + K = 0$

$J = 4$, $B = 2$, sustituyendo y usando el método de Routh.

Tenemos: $4s^3 + 2s^2 + 100s + K = 0$

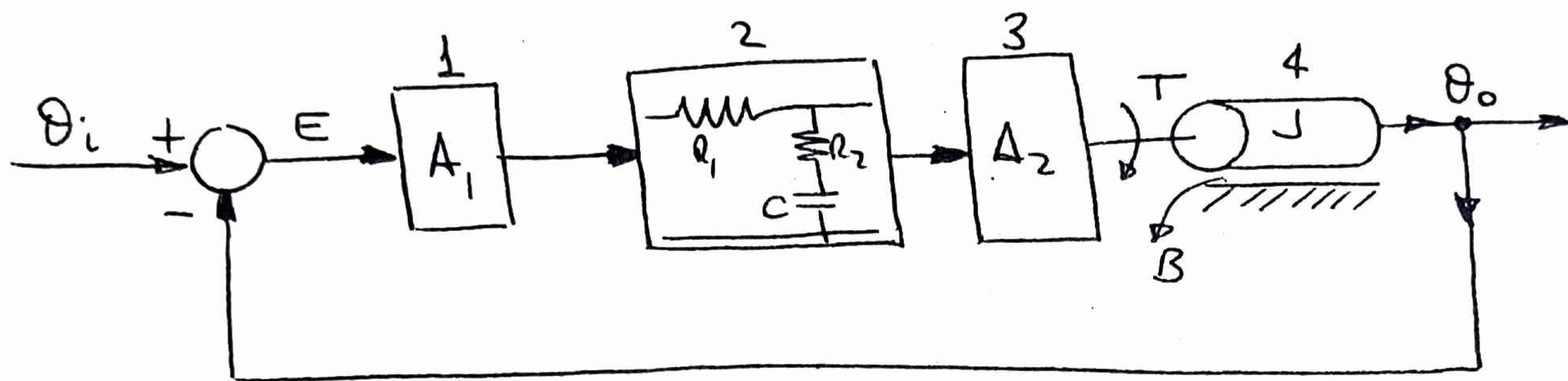
s^3	4	100
s^2	2	K
s^1	2K-100	
s^0	K	

Condición de estabilidad:

$$2K - 100 > 0$$

$$K > 50$$

Problema 5-5 del D'Azzo - Houpis.



a)

$$G_1(s) = A_1$$

$$G_2(s) = \frac{R_2 + \frac{1}{Cs}}{R_1 + R_2 + \frac{1}{Cs}} = \frac{R_2Cs + 1}{(R_1+R_2)Cs + 1} = K\frac{1 + T_1 s}{1 + T_2 s}$$

in donde $K = 1$ $\quad T_1 = R_2 C$, $T_2 = (R_1 + R_2) C$

$$G_3(s) = A_2$$

$$G_4(s) = \frac{1}{s(Js + B)} = \frac{K_4}{s(1 + T_4 s)} \Rightarrow \quad K_4 = \frac{1}{B} \quad T_4 = \frac{J}{B}$$

$$G_{BA} = -G_1 G_2 G_3 G_4 = -\frac{1 + T_1 s}{1 + T_2 s} A_1 A_2 \frac{K_4}{s(1 + T_4 s)} = -\frac{K(1 + T_1 s)}{(1 + sT_2)(1 + T_4 s)s}$$

b)

$$G_{BC} = \frac{G_{BA}}{1 + G_{BA}} = \frac{K(1 + T_1 s)}{s(1 + T_4 s)(1 + T_2 s) + K(1 + T_1 s)}$$

donde $K = A_1 A_2 K_4$

Problema 5-8 del D'Azzo - Houpis.

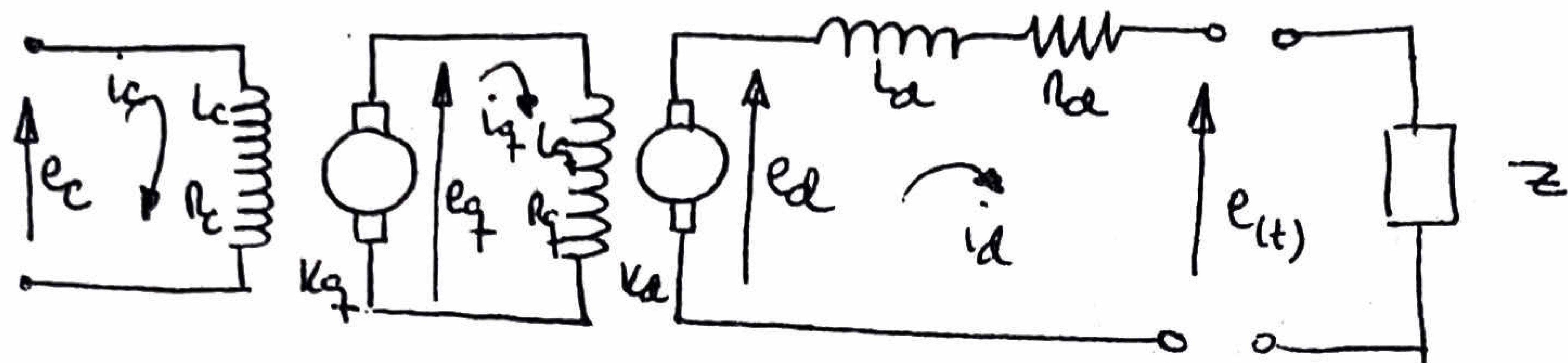
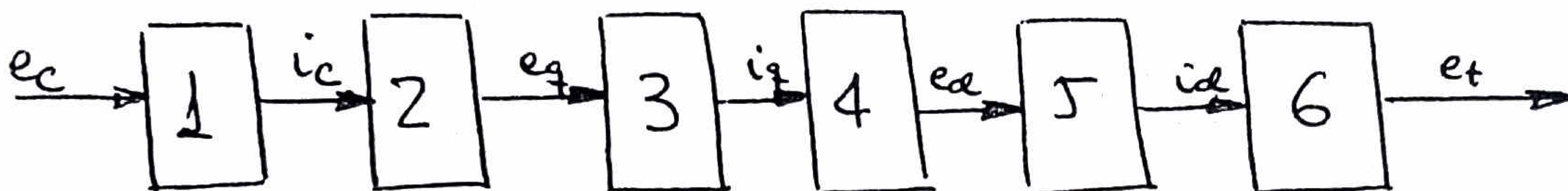


Diagrama funcional.



$$G_1(s) = \frac{i_c(s)}{e_c(s)} = \frac{1}{R_c + L_c s} = \frac{K_c}{1 + T_c s} \Rightarrow \quad K_c = \frac{1}{R_c} \quad T_c = \frac{L_c}{R_c}$$

$$G_2(s) = \frac{e_q(s)}{i_c(s)} = K_q \quad // \quad G_3(s) = \frac{K_3}{1 + T_3 s}$$

$$G_4(s) = K_d \quad // \quad G_5(s) = \frac{1}{R_d + L_d s + Z} \quad // \quad G_6 = Z$$

$$G_{tot} = \frac{e_t}{e_c} = \frac{K_c}{1 + T_c s} K_q \frac{K_3}{1 + T_3 s} K_d \frac{1}{R_d + L_d s + Z} Z$$

en donde Z es la carga que el resto del circuito le presenta al amplidino.

Problema 5-8 del D'Azzo - Houpis.

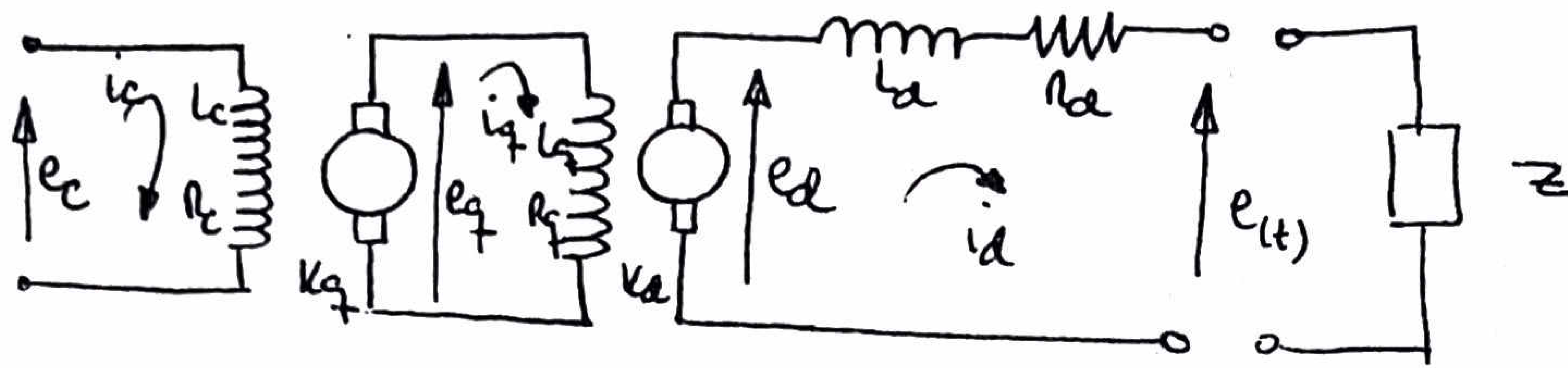
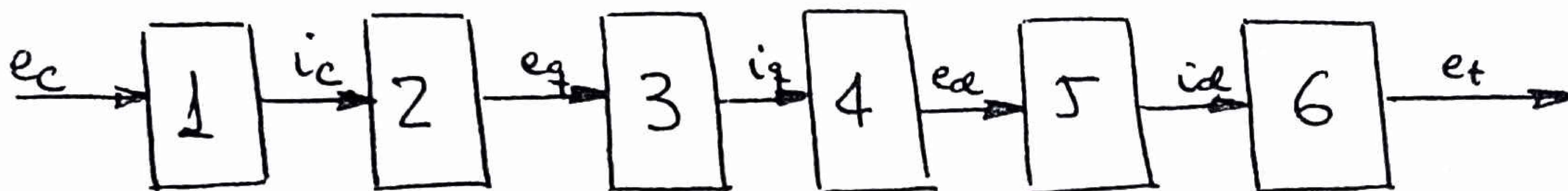


Diagrama funcional.



$$G_1(s) = \frac{i_c(s)}{e_c(s)} = \frac{1}{R_c + L_c s} = \frac{K_c}{1 + T_c s} \Rightarrow \quad K_c = \frac{1}{R_c} \quad T_c = \frac{L_c}{R_c}$$

$$G_2(s) = \frac{e_q(s)}{i_c(s)} = K_q \quad // \quad G_3(s) = \frac{K_3}{1 + T_3 s}$$

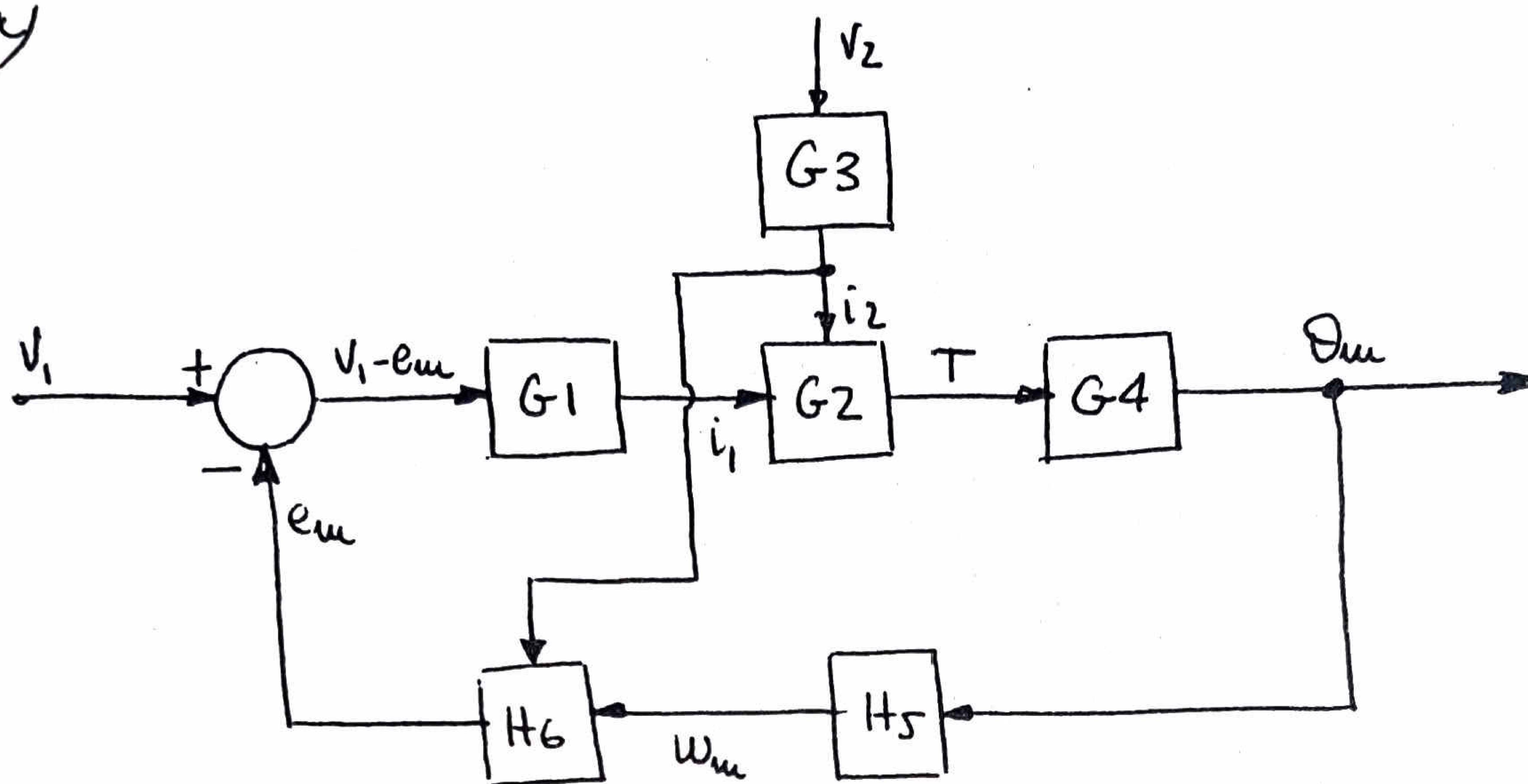
$$G_4(s) = K_d \quad // \quad G_5(s) = \frac{1}{R_d + L_d s + Z} \quad // \quad G_6 = Z$$

$$G_{tot} = \frac{e_t}{e_c} = \frac{K_c}{1 + T_c s} K_q \frac{K_3}{1 + T_3 s} K_d \frac{1}{R_d + L_d s + Z} Z$$

en donde Z es la carga que el resto del circuito le presenta al amplidino.

Problema 5-9 del D'Azzo - Houpis.

a)



G_2 y H_6 son bloques no lineales

$$G_1 = \frac{1}{L_m D + R_m} = \frac{K_m}{1 + \frac{L_m}{R_m} D} \Rightarrow K_m = \frac{1}{R_m}$$

$T = K i_1 i_2$ (Bloque G_2 no lineal).

$$G_3 = \frac{1}{R_f + L_f D} = \frac{K_f}{1 + T_f D} \Rightarrow K_f = \frac{1}{R_f} \quad T_f = \frac{L_f}{R_f}.$$

$$G_4 = \frac{1}{(JD + B)D} \quad " \quad H_5 = D$$

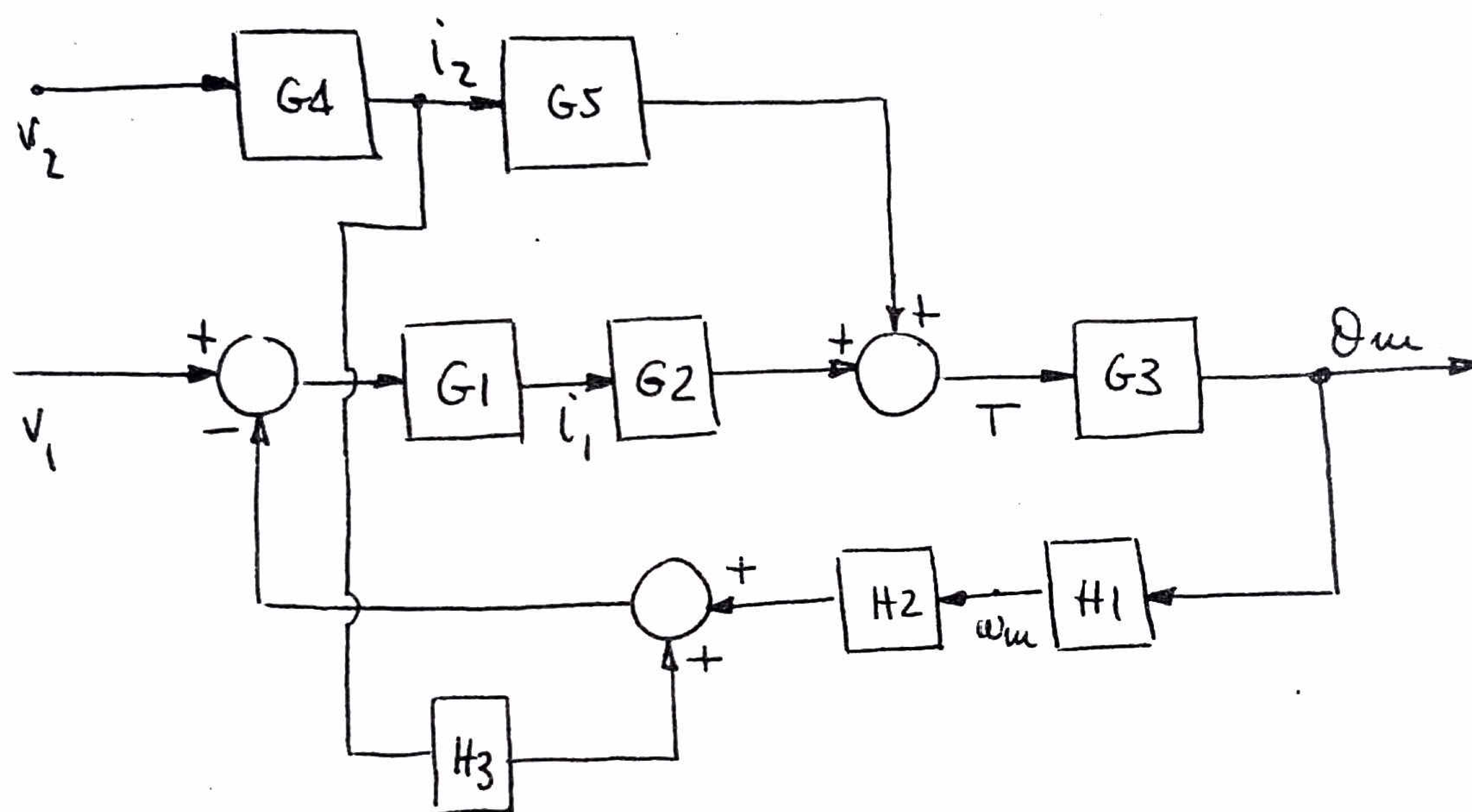
$e_m = K_6 w_m i_2$ (Bloque H_6 no lineal).

Para linealizar el sistema haremos la siguiente aproximación, válida para pequeñas excursiones de las variables:

$$T = f_1(i_1 i_2) = K i_1 i_2 = \left(\frac{\partial f_1}{\partial i_1}\right)_{i_2=0} i_1 + \left(\frac{\partial f_1}{\partial i_2}\right)_{i_1=0} i_2 = K_1 i_1 + K_2 i_2$$

$$e_m = f_2(w_m i_2) = K w_m i_2 = \left(\frac{\partial f_2}{\partial w_m}\right)_{i_2=0} w_m + \left(\frac{\partial f_2}{\partial i_2}\right)_{w_m=0} i_2 = K_3 w_m + K_4 i_2$$

Veamos el nuevo diagrama de bloques.



Funciones de transferencia de los bloques.

$$G_1 = \frac{K_m}{1 + \frac{L_m}{R_m} s} \quad // \quad G_2 = K_1$$

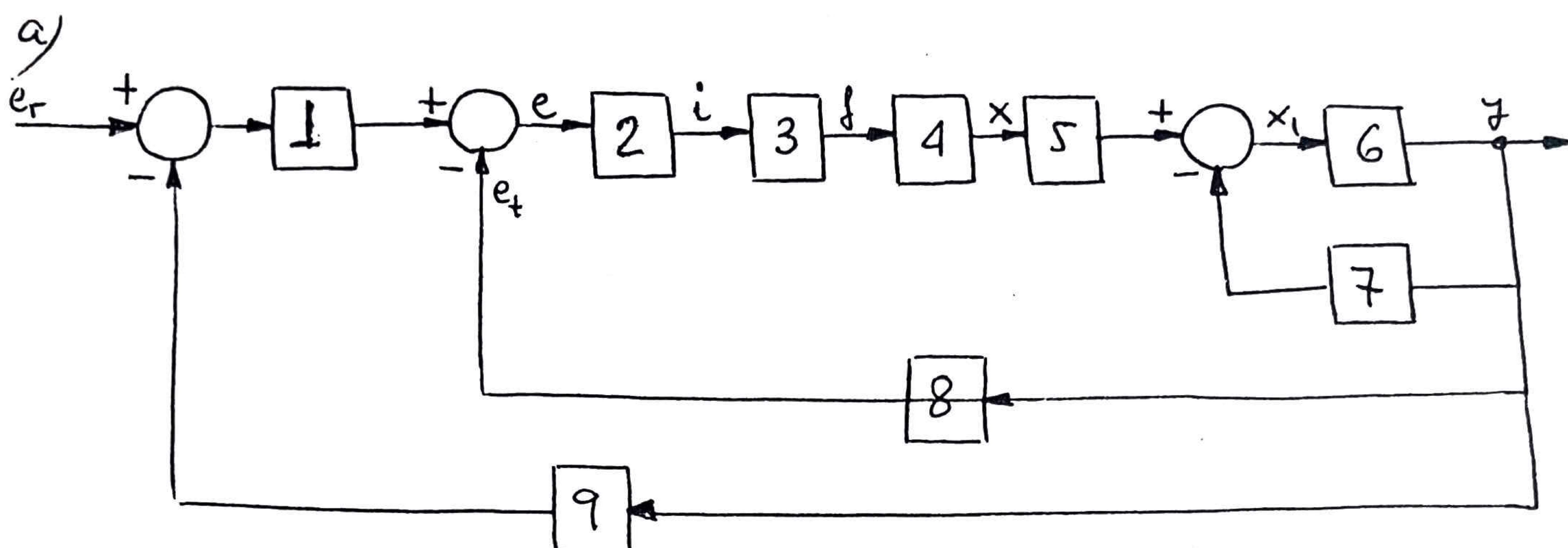
$$G_3 = \frac{1}{s(Js+B)} = \frac{K_D}{s(s+b)} \Rightarrow K_D = \frac{1}{J}, \quad b = \frac{B}{J}$$

$$G_5 = K_2 \quad // \quad H_3 = K_4 \quad // \quad G_4 = \frac{K_f}{1 + T_f s} \Rightarrow K_f = \frac{1}{R_f}, \quad T_f = \frac{L_f}{R_f}.$$

$$H_1 = s \quad // \quad H_2 = K_3 \quad //$$

Problema 5-12 del D'Azzo-Houpis.

a)



b)

$$G_1(s) = A \qquad // \qquad G_2(s) = \frac{1}{R+Ls} = \frac{K_2}{1+T_2 s} \Rightarrow K_2 = \frac{1}{R} \quad T_2 = \frac{L}{R}$$

$$G_3(s) = K_c \qquad // \qquad G_4(s) = \frac{1}{Ms^2+Bs+2K} = \frac{K_4}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K_4 = \frac{1}{M} \qquad \omega_n^2 = \frac{2K}{M} \qquad \zeta = \frac{B}{2\sqrt{2KM}}$$

Cálculo de $G_5(s)$ y $H_7(s)$

La nueva posición de x_1 viene dada por

$$x_1 = \frac{b}{a+b}x - \frac{a}{a+b}y. \qquad \text{(Desplazamiento de } x_1\text{)}.$$

Por tanto.

$$G_5(s) = \frac{b}{a+b} \qquad H_7(s) = \frac{a}{a+b}$$

$$H_8(s) = K_t s \qquad H_9(s) = K_x \qquad (K_x \equiv \text{vol}/\text{m}).$$

$$G_6(s) = \frac{K_y}{s}, \text{ ya que } y = \frac{K_y}{D}X$$

Problema 5-13 del D'Azzo-Houpis.

a) Ecuaciones necesarias.

1) $e_c = e_r - e_t = e_r - K_t w$

2) $i_c = \dfrac{e_c}{R_c + L_c s}$ // 3) $f_c = K_c i_c$ //

4) $x = \dfrac{K + Bs}{KBs} f$ // 5) $V_x = K_x x$

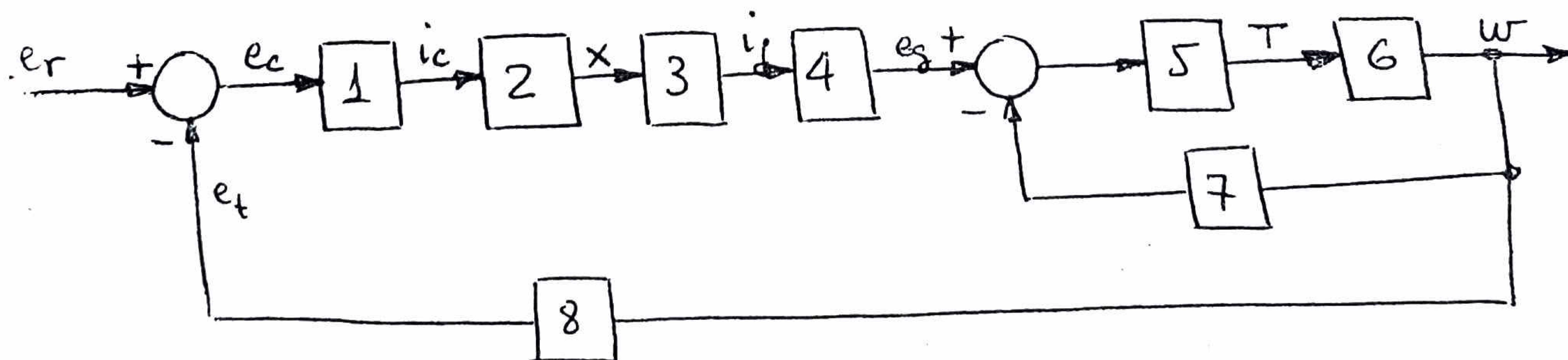
6) $i_f = \dfrac{V_x}{R_f + L_f s}$ // 7) $e_g = K_g i_f$

8) $i_g = \dfrac{e_g - e_m}{R_m} = \dfrac{e_g - K_b w}{R_m}$ // 9) $T = K_T i_g$

10) $w = \dfrac{T}{Js + B}$ //

Se han supuesto C.I nulas tanto en los sistemas mecánicos como en los circuitos eléctricos.

b) Diagrama funcional.



$G_1(s) = \dfrac{K_1}{1 + T_1 s} \Rightarrow K_1 = \dfrac{1}{R_c}$

$T_1 = \dfrac{L_c}{R_c}$

$$G_2(s) = K_c K_3 \frac{1+T_2 s}{s} \Rightarrow K_2 = \frac{1}{B} \quad T_2 = \frac{B}{K}$$

K_c = cte solenoide.

$$G_3(s) = \frac{K_x K_5}{1+T_5 s} \Rightarrow K_5 = \frac{1}{R_f} \quad T_5 = \frac{L_f}{R_f}$$

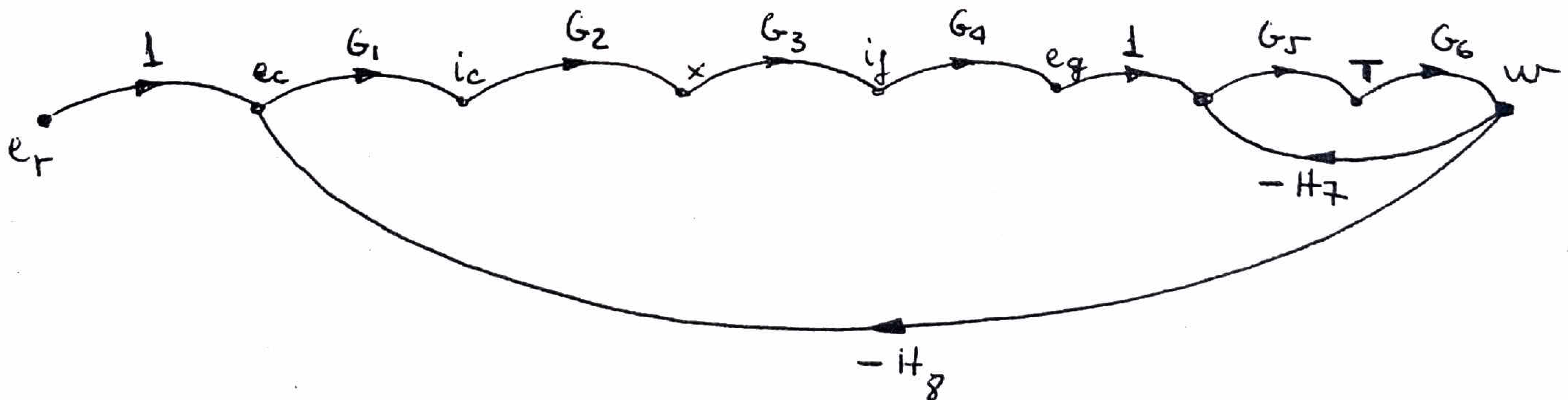
K_x = cte potenciometro.

$$G_4(s) = K_g \Rightarrow K_g = \text{cte del generador.}$$

$$G_5(s) = \frac{K_5}{R_m} \quad \text{''} \quad G_6(s) = \frac{K_6}{1+T_6 s} \Rightarrow K_6 = \frac{1}{B} \quad T_6 = \frac{J}{B}$$

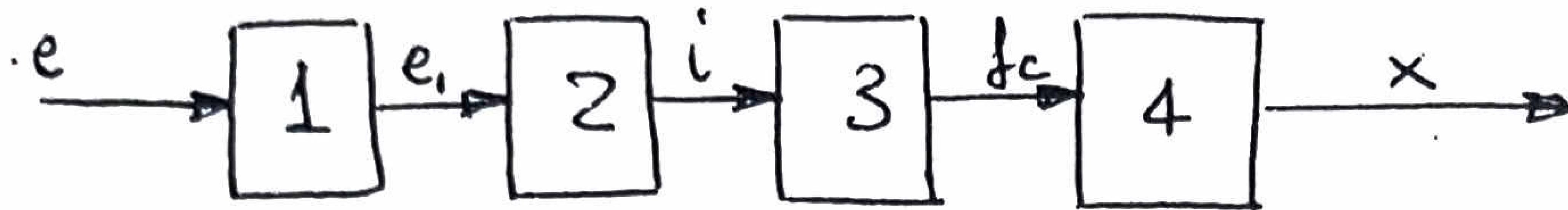
$$H_7(s) = K_b \quad \text{''} \quad H_8(s) = K_t$$

c) Flujo grama.



Problema 5-14 del D'Azzo-Houpis.

a)



b)

$$G_1(s) = \frac{e_1(s)}{e(s)} = A$$

$$G_2(s) = \frac{i(s)}{e_1(s)} = \frac{1}{R+Ls} = \frac{K_2}{1+T_2 s} \Rightarrow \quad K_2 = \frac{1}{R} \quad T_2 = \frac{L}{R}$$

$$G_3(s) = \frac{f_c(s)}{i(s)} = K_c$$

$$G_4(s) = \frac{x(s)}{f_c(s)} = \frac{1}{Ms^2+Bs+2K} = \frac{K_4}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2} \Rightarrow \quad K_4 = \frac{1}{M} \quad \omega_n^2 = \frac{2K}{M} \quad \zeta = \frac{B}{2\sqrt{2KM}}$$

c)

$$G(s) = \frac{x(s)}{e(s)} = G_1(s)\, G_2(s)\, G_3(s)\, G_4(s) =$$

$$= A\,\frac{K_2}{1+T_2 s}\,K_c\,\frac{K_4}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2} = \frac{K}{(1+T_2 s)(s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2)}$$

15-

Un sistema se representa por:

$$G(s) = \frac{N}{s(as+1)(bs^2+cs+d)}$$

Encontrar: a) El coeficiente K_0 al escalón. b) El coeficiente K_1 a la rampa. c) El coeficiente K_2 a la parábola. Encontrar para el sistema con realimentación unitaria el error permanente para: d) Entrada en escalón $R_0 u(t)$. e) Entrada en rampa $R_1 t u(t)$. f) Entrada parabólica $R_2 t^2 u(t)$.

a)

$$K_0 = \lim_{s \to 0} G(s) = \lim_{s \to 0} \frac{N}{s(as+1)(bs^2+cs+d)} = \infty$$

b)

$$K_1 = \lim_{s \to 0} s\,G(s) = \frac{N}{d}$$

c)

$$K_2 = \lim_{s \to 0} s^2 G(s) = 0$$

d)

$$E(s) = \frac{C(s)}{G(s)} = \frac{R(s)}{1+G(s)H(s)} \qquad H(s) = 1$$

$$e_{t_{ss}} = \lim_{s \to 0} s \left[\frac{R(s)}{1+G(s)} \right]$$

$$1 + G(s) = 1 + \frac{N}{s(as+1)(bs^2+cs+d)} =$$

$$= \frac{s(as+1)(bs^2+cs+d)+N}{s(as+1)(bs^2+cs+d)}$$

$$e_{t(ss)} = \lim_{s \to 0} s \left[\frac{s\, R(s)\, (as+1)(bs^2+cs+d)}{s(as+1)(bs^2+cs+d) + N} \right]$$

d) $R(s) = \frac{R_0}{s}$

$$e_{t(ss)} = \lim_{s \to 0} s \left[\frac{s\, \frac{R_0}{s}\, (as+1)(bs^2+cs+d)}{s(as+1)(bs^2+cs+d) + N} \right] = 0$$

e) $R(s) = \frac{R_1}{s^2}$

$$e_{t(ss)} = \lim_{s \to 0} s \left[\frac{s\, \frac{R_1}{s^2}\, (as+1)(bs^2+cs+d)}{s(as+1)(bs^2+cs+d) + N} \right] = \frac{R_1 d}{N}$$

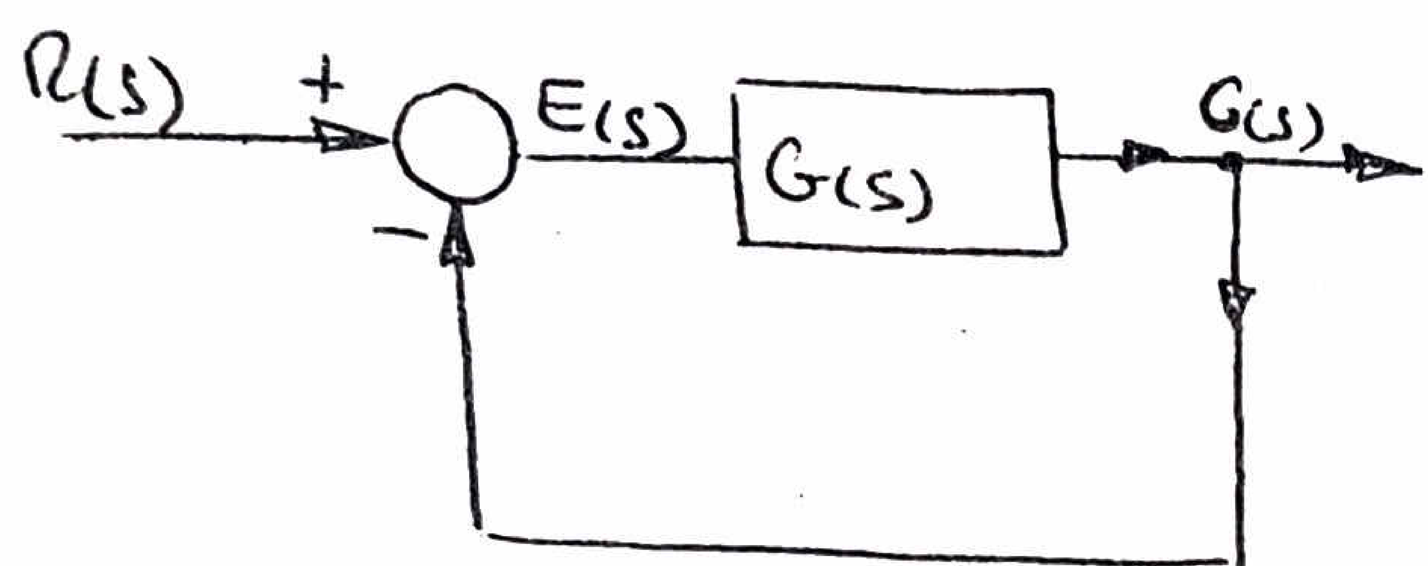
f) $R(s) = \frac{2R_2}{s^3}$

$$e_{t(ss)} = \lim_{s \to 0} s \left[\frac{2s\, \frac{R_2}{s^3}\, (as+1)(bs^2+cs+d)}{s(as+1)(bs^2+cs+d] + N} \right] = \infty$$

Sistema de Tipo 1.

16 –

En el sistema de la figura se pide: a) Encontrar K_0, K_1, K_2, b) Establecer el tipo de sistema. c) Se quiere que el sistema siga una entrada en parábola $r(t)$. ¿Se comportará satisfactoriamente? Dar la razón de la respuesta.



$$G(s) = \frac{10(8s+1)}{s(s+4)(4s^2+6s+1)}$$

a)

$$K_0 = \lim_{s\to 0} G(s) = \infty$$

$$K_1 = \lim_{s\to 0} s\,G(s) = \frac{10}{4}$$

$$K_2 = \lim_{s\to 0} s^2 G(s) = 0$$

b) Sistema tipo 1

c)

$$E(s) = \frac{C(s)}{G(s)} = \frac{R(s)}{1+G(s)} = \frac{s(s+4)(4s^2+6s+1)\,R(s)}{s(s+4)(4s^2+6s+1)+10(8s+1)}$$

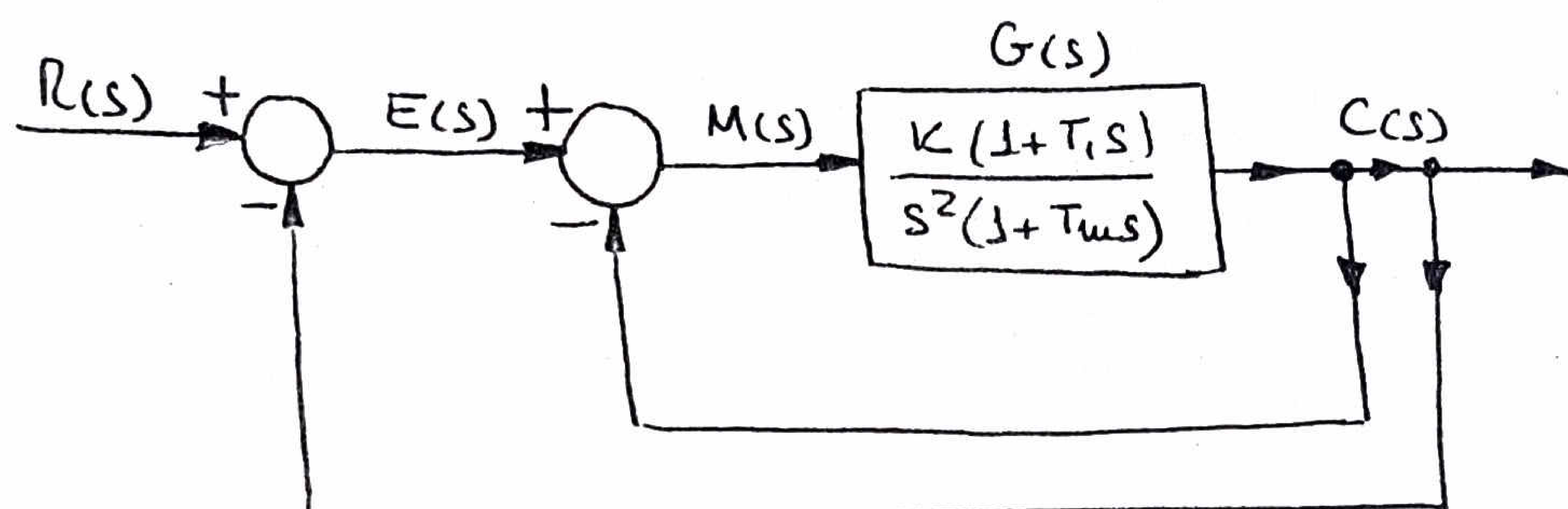
$$R(s) = \frac{2R}{s^3}$$

$$e_{t(ss)} = \lim_{s\to 0} s\left[\frac{\frac{2R}{s^3}\,s(s+4)(4s^2+6s+1)}{s(s+4)(4s^2+6s+1)+10(8s+1)}\right] = \infty$$

El error aumenta continuamente por lo que este sistema no es apto para seguir una entrada parabólica.

1+-

En el sistema de la figura, se pide: a) la función $C(s)/R(s)$ b) El valor estable de $c(t)$ si $r(t) = 10\,u(t)$ radianes. c) ¿Que tipo de sistemas representan $C(s)/M(s)$ y $C(s)/E(s)$?



a)

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\dfrac{K(1+T_1 s)}{s^2(1+T_m s)}}{1+2\dfrac{K(1+T_1 s)}{s^2(1+T_m s)}} = \frac{K(1+T_1 s)}{T_m s^3 + s^2 + 2KT_1 s + 2K}$$

, por Mason.

b) Valor permanente de $c(t)$.

$$C_{t\,(ss)} = \lim_{s\to 0} s\,C(s) = \lim_{s\to 0} s\left[\frac{K(1+T_1 s)}{T_m s^3 + s^2 + 2KT_1 s + 2K}\;\frac{10}{s}\right] = 5 \text{ radianes.}$$

c)

$$\frac{C(s)}{E(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{K(1+T_1 s)}{s^2(1+T_m s) + K(1+T_1 s)}$$ (tipo 0)

$$\frac{C(s)}{M(s)} = \frac{K(1+T_1 s)}{s^2(1+T_m s)}$$ (tipo 2).

$$G(s) = \frac{\dfrac{A K_g K_g K_T}{R_a J s^2 (1+T_f s)}}{1 + \dfrac{1}{R_a} K_T \dfrac{1}{J s^2} s K_m} = \frac{A K_g K_f K_T}{R_a J s^2 (1+T_f s) + s K_m (1+T_f s) K_T} =$$

$$= \frac{A K_g K_f K_T}{s \left[R_a J s (1+T_f s) + K_m K_T (1+T_f s) \right]}$$

Tipo 1

b)

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s) H(s)} = \frac{\dfrac{A K_g K_f K_T}{R_a J s^2 (1+T_f s) + K_m K_T s (1+T_f s)}}{1 + \dfrac{A K_g K_f K_T}{R_a J s^2 (1+T_f s) + s K_m K_T (1+T_f s)} s K_o} =$$

$$= \frac{A K_g K_f K_T}{s \left[R_a J s (1+T_f s) + K_m K_T (1+T_f s) \right] + A K_T K_g K_f K_o s}$$

c) Cálculo de la señal activa.

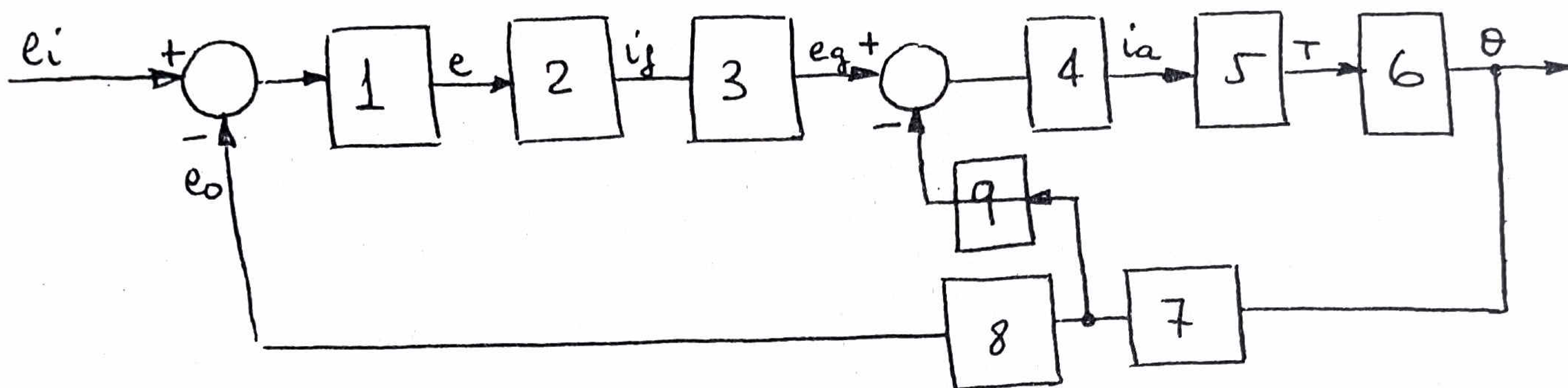
$$E(s) = \frac{R(s)}{1 + G(s) H(s)} \qquad R(s) = \frac{6}{s}, \text{ impuesto escalón.}$$

$$E(s) = \frac{\dfrac{6}{s}}{1 + \dfrac{A K_g K_f K_T}{R_a J s^2 (1+T_f s) + s K_M K_T (1+T_f s)} s K_o}$$

$$e(t)_{ss} = \lim_{s \to 0} s E(s) = \frac{6}{1 + \dfrac{A K_g K_f K_T K_o}{K_M K_T}} = \frac{6}{1 + \dfrac{A K_g K_f K_o}{K_M}}.$$

Problema 6-4 del D'Azzo-Houpis.

a) Diagrama funcional.



$G_1(s) = A$ (ganancia del amplificador)

$G_2(s) = \dfrac{K_f}{1+T_f s} \Rightarrow K_f = \dfrac{1}{R_f}$, $T_f = \dfrac{L_f}{R_f}$.

$G_3(s) = K_g$ // $G_4(s) = \dfrac{1}{R_a}$

$G_5(s) = K_T$ // $G_6(s) = \dfrac{1}{J s^2}$

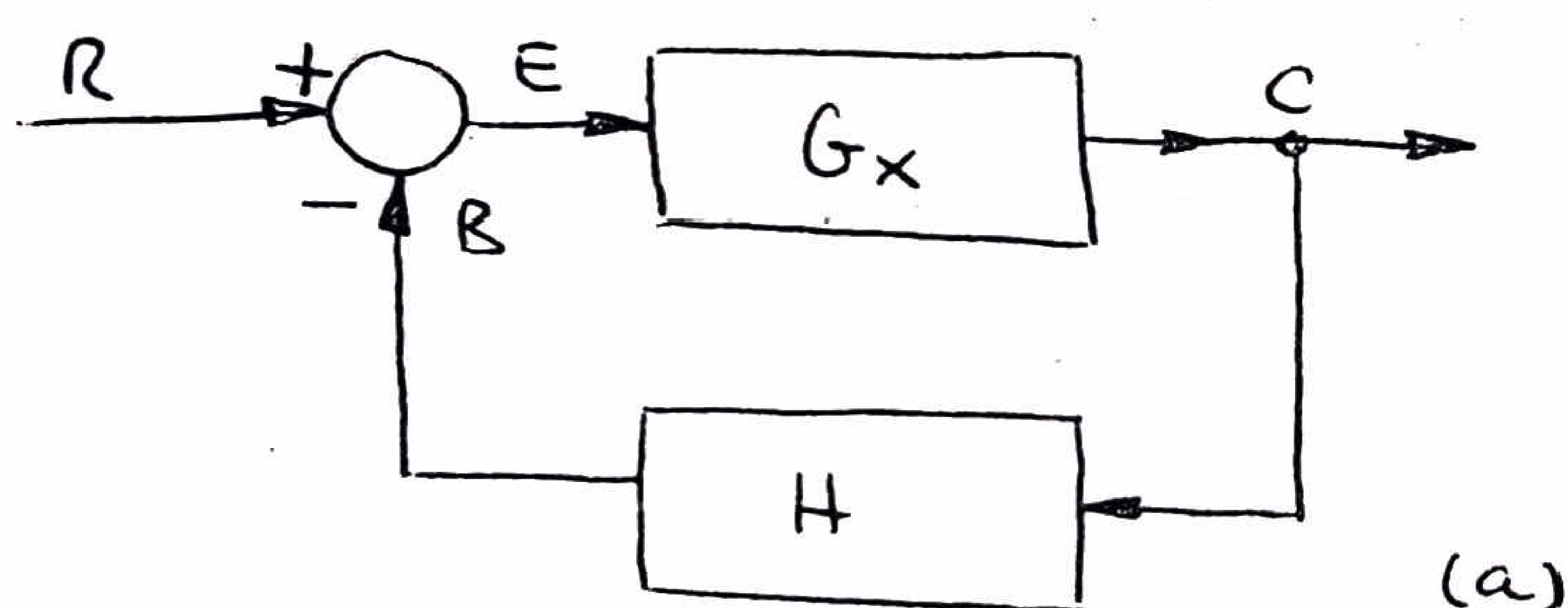
$H_7(s) = s$ // $H_8(s) = K_o$ // $H_9(s) = K_m$

Para determinar el tipo de sistema, calculamos la ganancia de la cadena directa.

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{e_i(s) - e_o(s)} = G_1 G_2 G_3 \frac{G_4 G_5 G_6}{1 + G_4 G_5 G_6 H_7 H_9} =$$

$$= A \frac{K_f}{1+T_f s} K_g \frac{1}{R_a} K_T \cdot \frac{1}{J s^2} \frac{1}{1 + \frac{1}{R_a} K_T \frac{1}{J s^2} s K_m}.$$

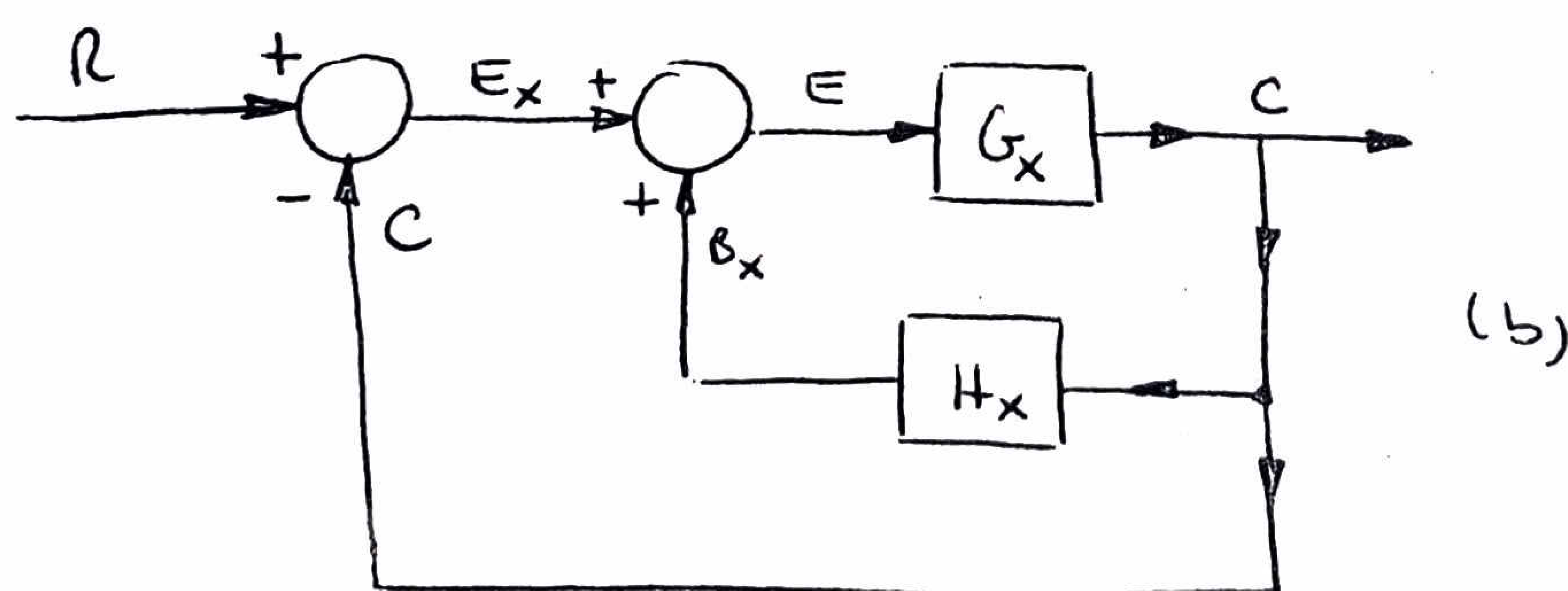
14 - a) Determinar la función de Transferencia en bucle abierto de la figura (a). b) Determinar la función transferencia total. c) La figura (b) es un diagrama funcional equivalente de la figura (a). ¿Cuál debe ser la función $H_x(s)$ para que la figura (b) sea equivalente a la figura (a)? d) ¿Qué tipo de sistema representa (b)? e) Determinar los coeficientes estáticos de error de la figura (b). ¿Cuál es el significado del signo menos del coeficiente estático de error a la rampa? f) Si $r(t) = u(t)$, determínese el valor final de $c(t)$. g) ¿Cuáles son los valores de $e_x(t)_{ss}$ y $e(t)_{ss}$?



(a)

$$G_x = \frac{15000}{s(s+5)(1+0{,}01s)}$$

$$H = \frac{1}{1+0{,}1s}$$



(b)

a)

$$G_x H = \frac{15000}{s(s+5)(1+0{,}01s)} \cdot \frac{1}{1+0{,}1s}$$

b) $$G(s) = \frac{G_x}{1+G_x H} = \frac{\dfrac{15000}{s(s+5)(1+0{,}01s)}}{1+\dfrac{15000}{s(s+5)(1+0{,}01s)}\dfrac{1}{(1+0{,}1s)}} = \frac{15000\,(1+0{,}1s)}{s(s+5)(1+0{,}01s)(1+0{,}1s)+15000}$$

c) En la figura b, tenemos

$$\frac{C}{R} = \frac{G_x}{1+G_x - H_x G_x}$$

Sistemas a y b equivalentes si:

$$1 + G_x - H_x G_x = 1 + G_x H \Rightarrow H_x = 1 - H$$

$$H_x = 1 - H = 1 - \frac{1}{1+0{,}1s} = \frac{0{,}1s}{1+0{,}1s}$$

d) $$\frac{C}{E_x} = \frac{G_x}{1-G_x H_x} = \frac{\dfrac{15000}{s(s+5)(1+0{,}01s)}}{1-\dfrac{15000}{s(s+5)(1+0{,}01s)}\dfrac{0{,}1s}{(1+0{,}1s)}} = \frac{15000\,(1+0{,}1s)}{s\left[(s+5)(1+0{,}01s)(1+0{,}1s)-1500\right]}$$

es un sistema tipo 1.

e) $$K_0 = \lim_{s\to 0} \frac{C}{E_x} = \lim_{s\to 0} \frac{15000\,(1+0{,}1s)}{s\left[(s+5)(1+0{,}01s)(1+0{,}1s)-1500\right]} = \infty$$

$$K_1 = \lim_{s\to 0} s\left[\frac{C}{E_x}\right] = \frac{15000}{5-1500} = -10{,}03$$

$$K_2 = \lim_{s\to 0} s^2\left[\frac{C}{E_x}\right] = 0$$

El signo menos de K_1 indica que un aumento de C produce una disminución de E_x.

δ)

$$C(s) = G(s)\,R(s) = \frac{15000\,(1+0{,}1s)}{s(s+5)(1+0{,}01s)(1+0{,}1s)+15000} \cdot \frac{1}{s}$$

$$C_{t_{ss}} = \lim_{s\to 0} s\,C(s) = 1$$

γ)

$$E(s) = \frac{C(s)}{G_x(s)} = \frac{1}{1+G_x - H_x G_x}\,R(s)$$

$$E(s) = \frac{s(s+5)(1+0{,}01s)(1+0{,}1s)}{\left[s(s+5)(1+0{,}01s)(1+0{,}1s)+1500\right]}\,\frac{1}{s}$$

$$e_{t(ss)} = \lim_{s\to 0} s\,E(s) = 0$$

$$E_x(s) = \frac{C(s)}{\dfrac{G_x}{1-G_x H_x}} = \frac{1-G_x H_x}{G_x}\,\frac{G_x}{1+G_x H}\,R(s)$$

$$E_x(s) = \frac{1-\dfrac{15000}{s(s+5)(1+0{,}01s)}\,\dfrac{0{,}1s}{1+0{,}1s}}{1+\dfrac{15000}{s(s+5)(1+0{,}01s)}\,\dfrac{1}{1+0{,}1s}}\,\frac{1}{s}$$

$$e_{x(t)_{ss}} = \lim_{s\to 0} s\,E_{x}(s) = 0$$

20 –

Un sistema con realimentación unitaria tiene una:

$$G(s) = \frac{K_1}{s(s+1)(0,5s+1)}$$

y $r(t) = 5t$. a) Si $K_1 = 1,5\ sg^{-1}$ determinar $e(t)_{ss}$. b) Se desea que para una entrada en rampa, $e(t)_{ss} \leq 0,5$, ¿qué valor mínimo de K_1 es el que satisface a esta condición? c) Para el valor hallado de K_1, ¿es estable ó no el sistema?

a) $$E(s) = \frac{R(s)}{1 + G(s)H(s)} \qquad H(s) = 1$$

b) $$e(t)_{ss} = \lim_{s \to 0} s \left[\frac{R(s)}{1 + G(s)}\right] = \lim_{s \to 0} s \left[\frac{5/s^2}{1 + \frac{K_1}{s(s+1)(0,5s+1)}}\right] = \frac{5}{K_1}$$

$$e(t)_{ss} = \frac{5}{K_1} \leq 0,5 \qquad K_1 \geq \frac{5}{0,5} \geq 10.$$

Si $K_1 = 1,5$, tenemos.

$$e(t)_{ss} = \frac{5}{K_1} = \frac{5}{1,5} = 3,33.$$

c) Estabilidad, $1 + G(s)H(s) = \dfrac{s(s+1)(0,5s+1) + K_1}{s(s+1)(0,5s+1)}$

Numerador de $1 + G(s)H(s) \equiv 0,5s^3 + 1,5s^2 + s + K_1$

Por Routh, tenemos.

s^3	$0,5$	1
s^2	$1,5$	K_1
s^1	$\frac{0,5K_1 - 1,5}{1,5}$	
s^0	K_1	

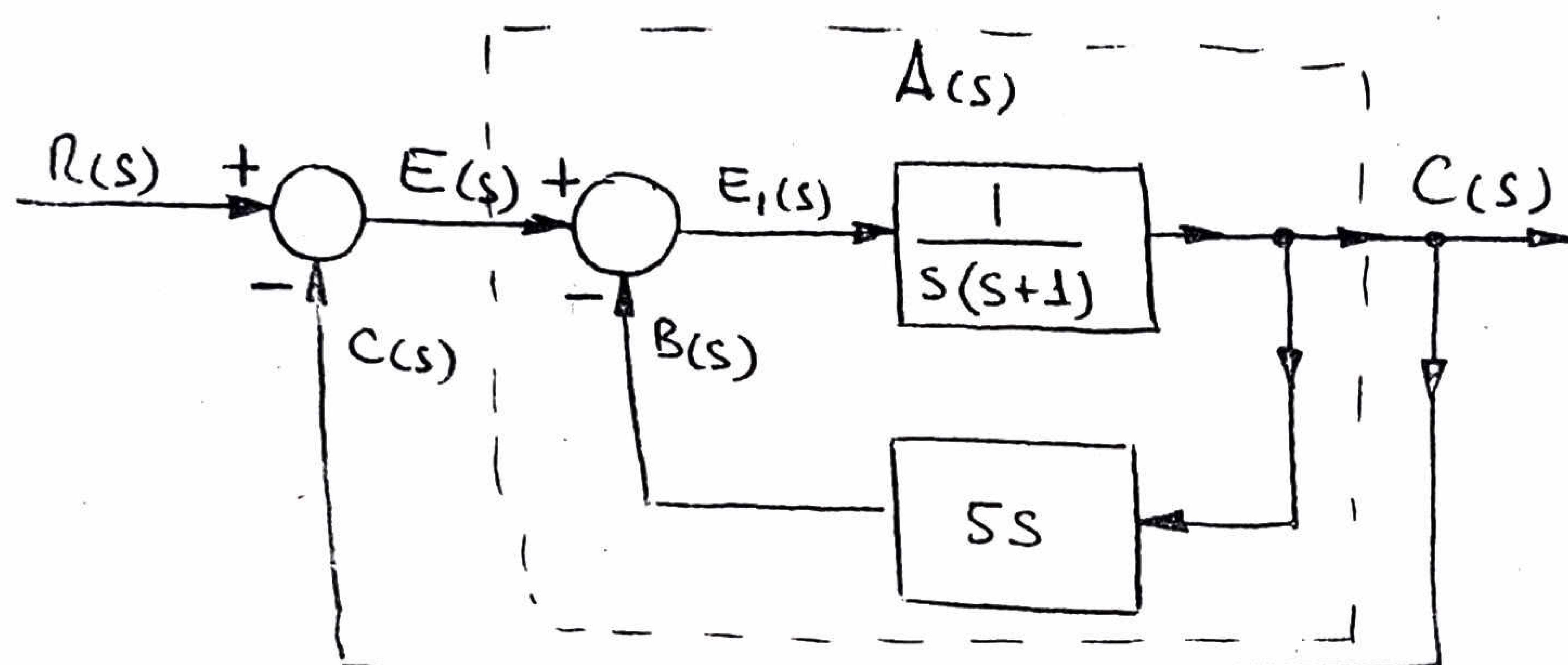
$0,5K_1 - 1,5 > 0$

Para $K_1 \geq 10$, el sistema es estable.

21

a) Hallar $G(s) = C(s)/R(s)$ del sistema de la figura.

b) Basándose en $G(s)$. ¿de qué tipo de sistema son las características de la figura? c) Hallar la razón de mando del sistema.



a)

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\dfrac{\dfrac{1}{s(s+1)}}{1+\dfrac{5s}{s(s+1)}}}{1+\dfrac{\dfrac{1}{s(s+1)}}{\dfrac{5s}{s(s+1)}}} = \frac{1}{s^2+6s+1}$$

b) Para ver de que tipo es el sistema, determinamos $A(s)$ (ganancia de la cadena directa).

$$A(s) = \frac{G(s)}{1-G(s)} = \frac{\dfrac{1}{s^2+6s+1}}{1-\dfrac{1}{s^2+6s+1}} = \frac{1}{s(s+6)} \quad \text{(tipo 1)}.$$

c) Razón de mando del sistema ya hallada en el apartado a.

22 -

Un sistema con realimentación unitaria tiene una

$$G(s) = \frac{K_1(2s+1)}{s(4s+1)(s+1)^2}$$

Se aplica una entrada $r(t) = 1+5t$. a) Se desea que el error permanente sea igual ó menor que 0,1 para la entrada dada. Determinar el valor mínimo de K_1 necesario para ello. b) Empleando el criterio de Routh determinar si el sistema es estable para el valor mínimo de K_1 hallado anteriormente.

a)

$$e(t)_{ss} = \lim_{s \to 0} s \left[\frac{R(s)}{1+G(s)} \right]$$

$$R(s) = \frac{1}{s} + \frac{5}{s^2} = \frac{s+5}{s^2}$$

$$e(t)_{ss} = \lim_{s \to 0} s \left[\frac{\frac{s+5}{s^2}}{1+\frac{K_1(2s+1)}{s(4s+1)(s+1)^2}} \right] = \frac{5}{K_1} \leq 0,1 \Rightarrow K_1 \geq 50$$

b)

$$1+G(s) = 1+\frac{K_1(2s+1)}{s(4s+1)(s+1)^2} = \frac{s(4s+1)(s+1)^2+K_1(2s+1)}{s(4s+1)(s+1)^2}$$

$$s(4s+1)(s+1)^2+K_1(2s+1) = 4s^4+9s^3+6s^2+(2K_1+1)s+K_1$$

s^4	4	6	K_1
s^3	9	$2K_1+1$	
s^2	$\frac{350}{9}$	50	
s^1	89,43		
s^0	50		

$K_1 = 50.$

El sistema es estable

23 -

Un sistema tiene su

$$G(s) = \frac{20(s+2)}{s(s+3)(s+4)} \quad , \quad H(s) = 1$$

a) Encontrar la ganancia. b) Hallar los coeficientes státicos de error al escalón, rampa y parábola. c) Con $r(t) = 3u(t) + 5t\,u(t)$ hallar $e(t)_{ss}$.

a)

$$A(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \qquad H(s) = 1.$$

$$A(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{20(s+2)}{s(s+3)(s+4) + 20(s+2)} = \frac{20(s+2)}{s^3+7s^2+32s+40}$$

b)

$$K_0 = \lim_{s\to 0} G(s) = \infty$$

$$K_1 = \lim_{s\to 0} s\,G(s) = \frac{40}{12}$$

$$K_2 = \lim_{s\to 0} s^2\,G(s) = 0.$$

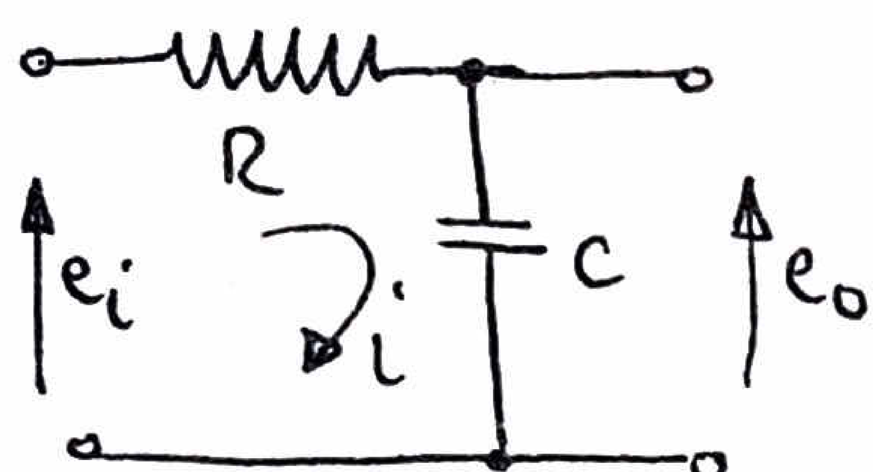
c)

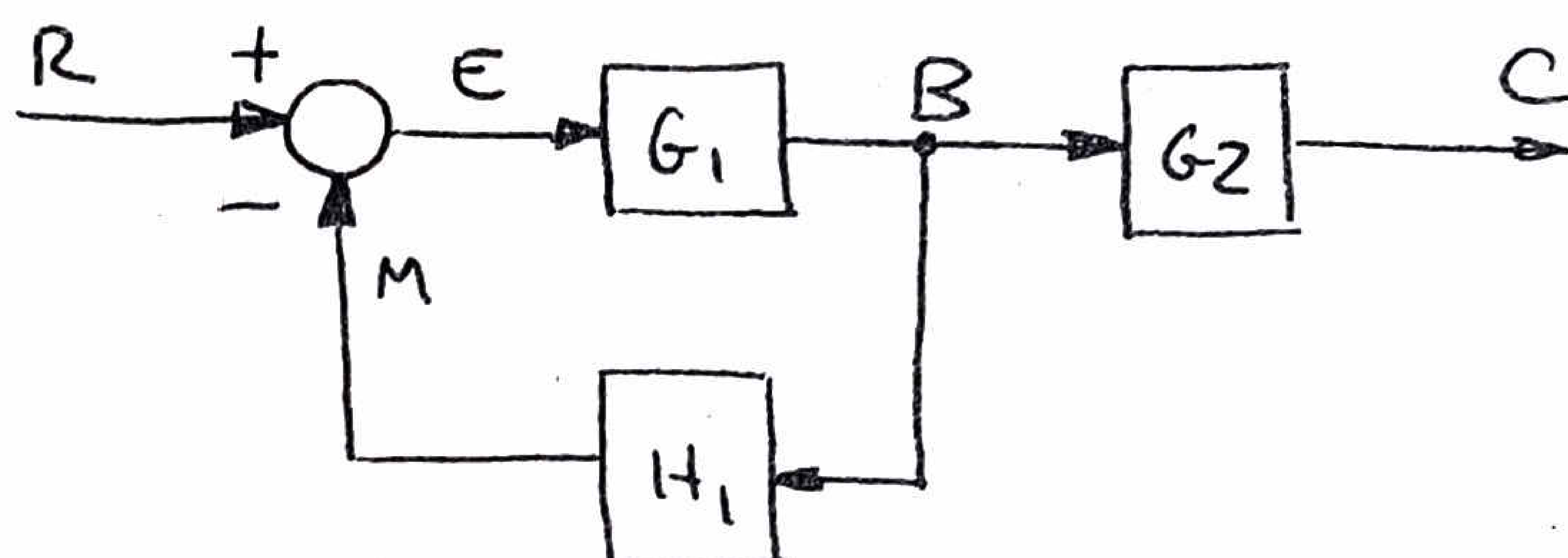
$$E(s) = \frac{R(s)}{1+G(s)} = \frac{1}{1 + \frac{20(s+2)}{s(s+3)(s+4)}} \cdot \left(\frac{3}{s} + \frac{5}{s^2}\right)$$

$$e(t)_{ss} = \lim_{s\to 0} s\,E(s) = \lim_{s\to 0} s\left[\frac{s(s+3)(s+4)(3s+5)}{[s(s+3)(s+4)+20(s+2)]\,s^2}\right] =$$

$$= \frac{60}{40} = \frac{3}{2}$$

24 - El circuito RC de la figura puede representarse por un sistema realimentado, cuyas funciones de transferencia de avance y de realimentación no son iguales a la unidad. Determinar las expresiones de $G_1(s)$, $G_2(s)$ y $H(s)$. Supóngase que la carga de salida es despreciable





$$i = \frac{e_i - e_o}{R}$$

$$e_o = \frac{1}{Cs} i$$

En el diagrama funcional, tenemos.

$$B = (R - M)\, G_1 \qquad ; \qquad M = B H_1$$

$$C = G_2 B$$

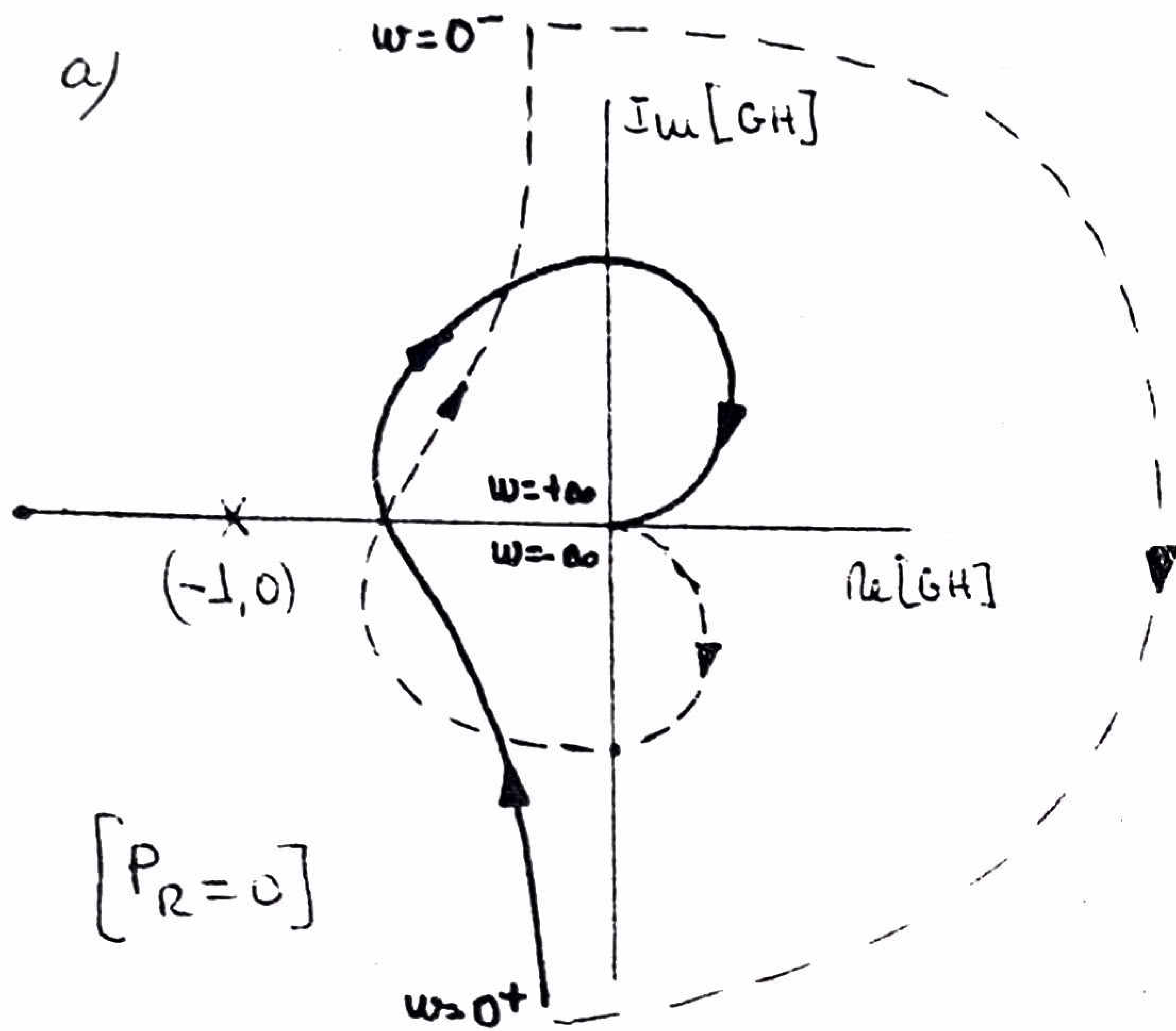
Identificando variables y bloques, tenemos

$$R \equiv e_i \qquad B \equiv i \qquad M \equiv e_o \qquad C \equiv e_o$$

$$G_1 = \frac{1}{R} \qquad G_2 = \frac{1}{Cs} \qquad H_1 = \frac{1}{Cs}.$$

1. Determinar si es estable ó inestable en sentido absoluto cada sistema de las figuras completando el diagrama de Nyquist [H(s) = 1]. El dato del problema está constituido por la línea de trazo continuo.

a)

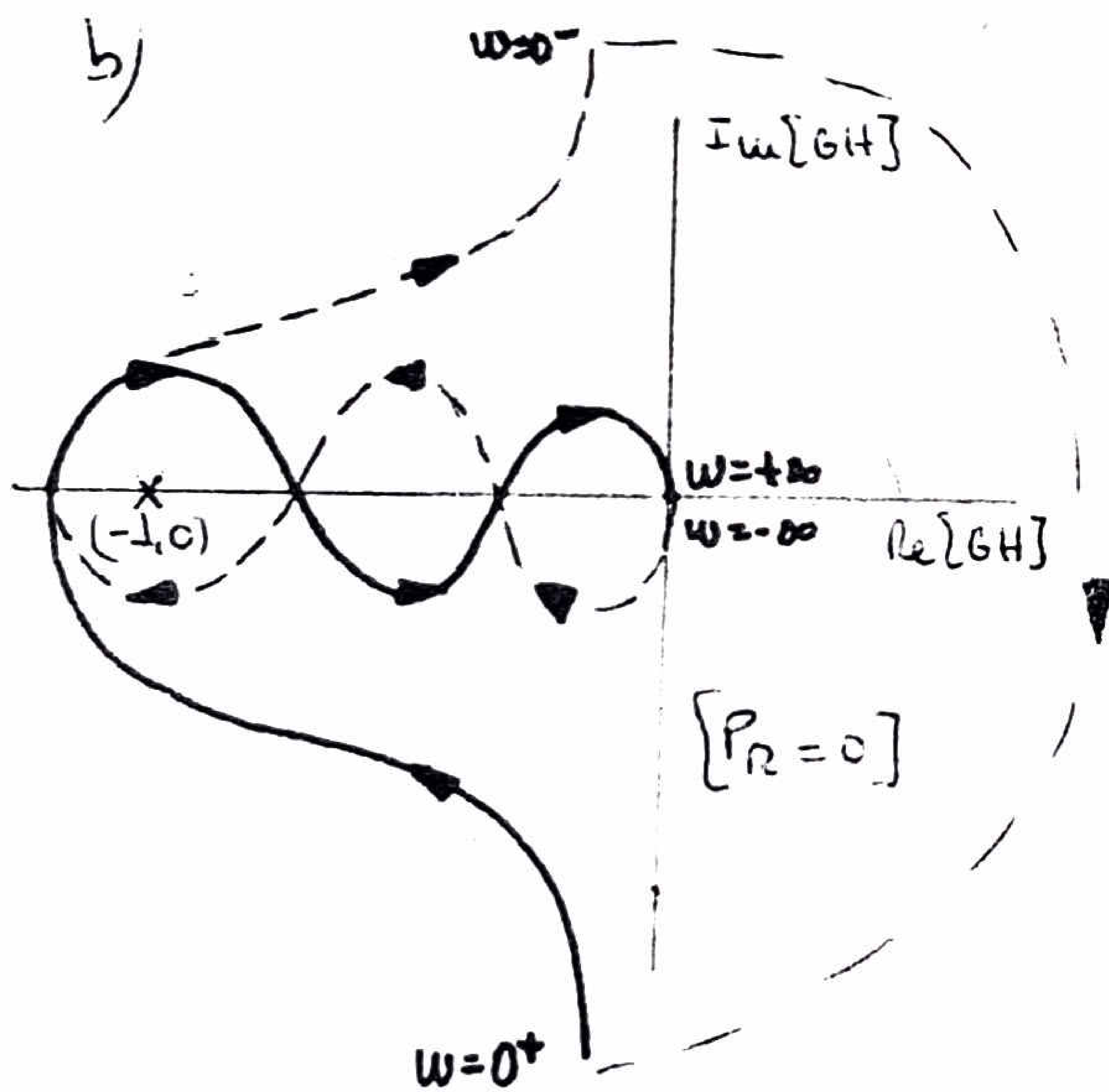


$N = Z_R - P_R = 0$

$P_R = 0 \Rightarrow Z_R = 0$

El sistema es estable

b)

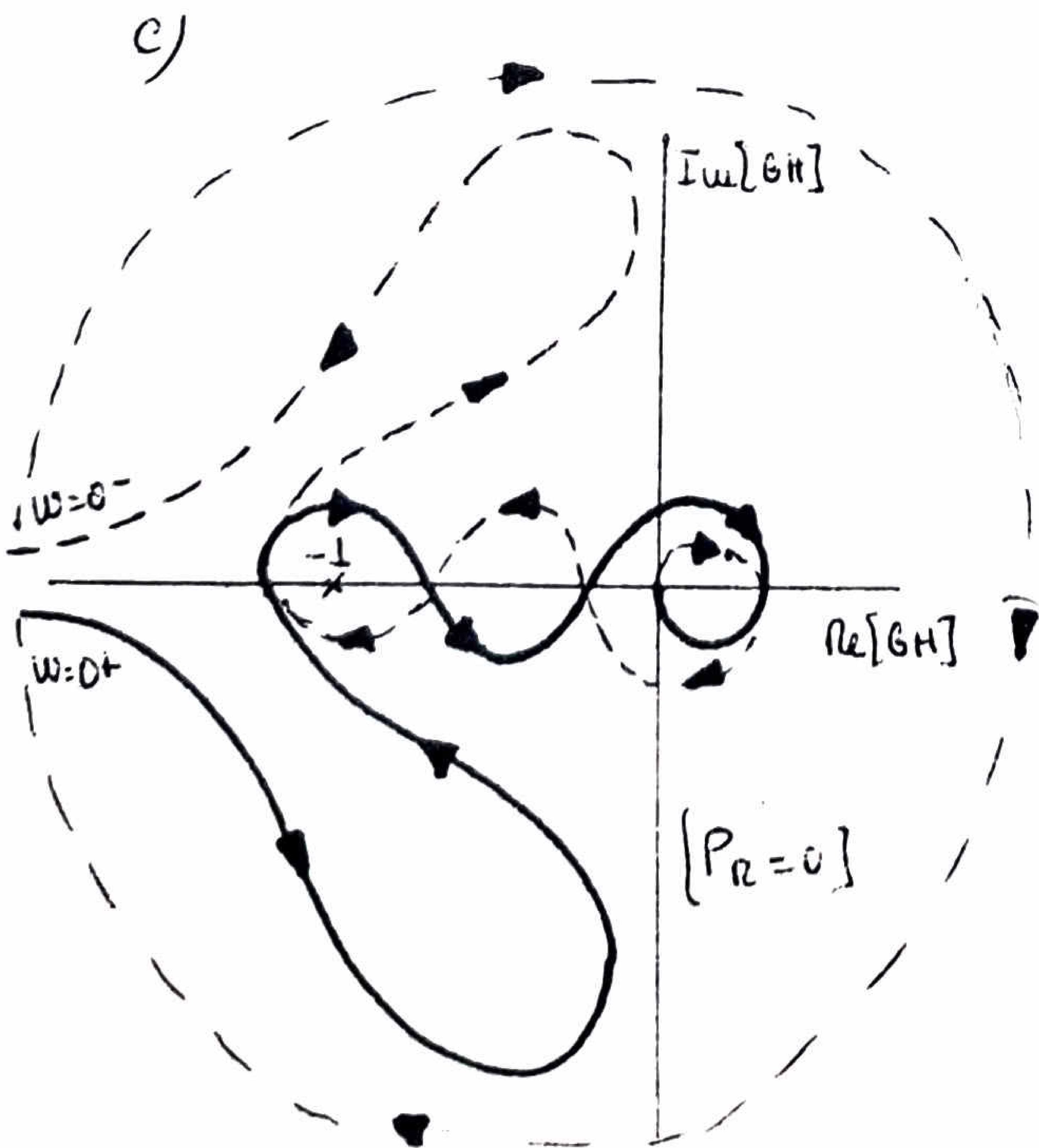


$N = 2 = Z_R - P_R$

$P_R = 0 \Rightarrow Z_R = 2$

El sistema es inestable

c)

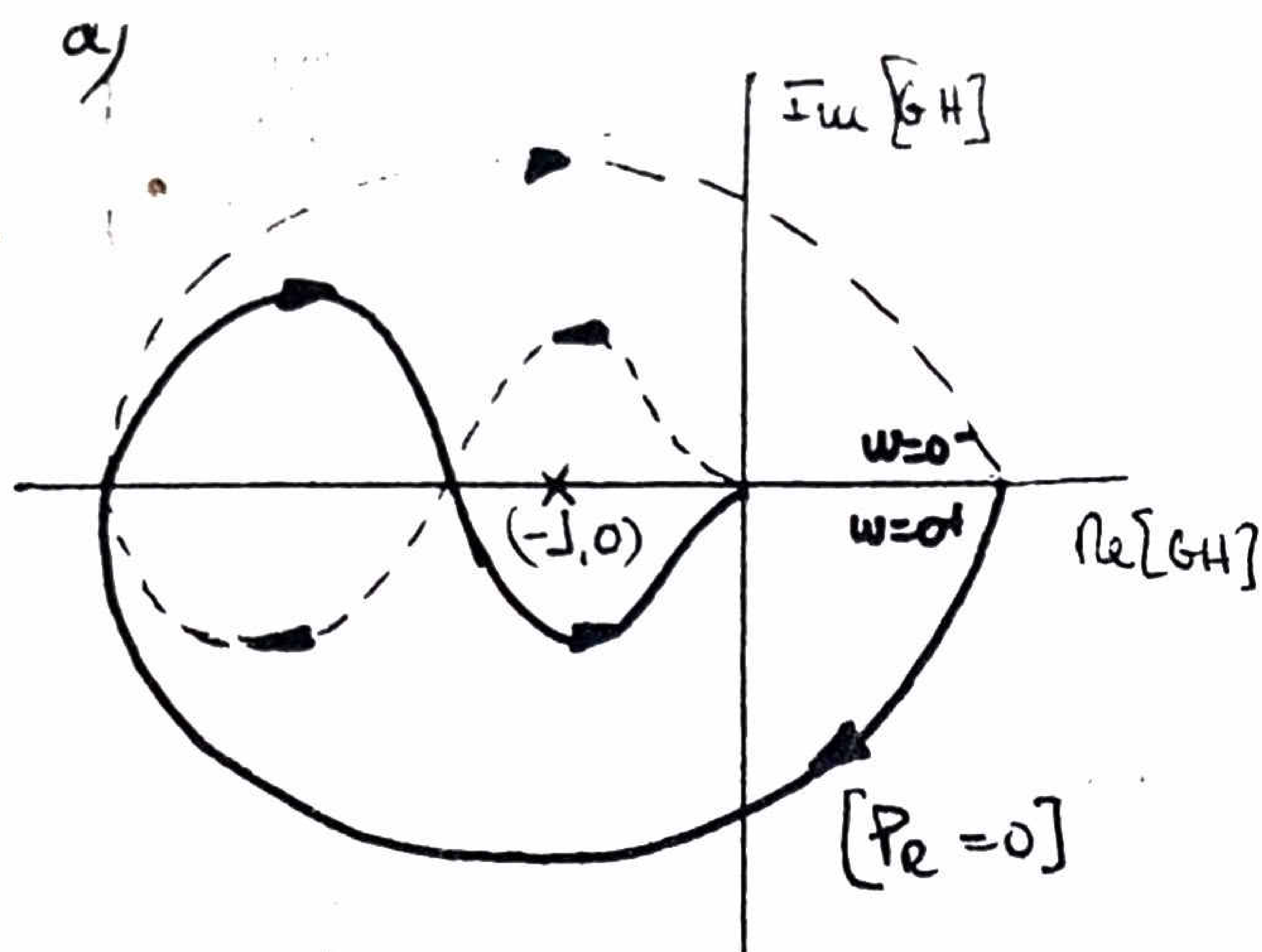


$N = 2 = Z_R - P_R$

$P_R = 0 \Rightarrow Z_R = 2$

El sistema es inestable

a)



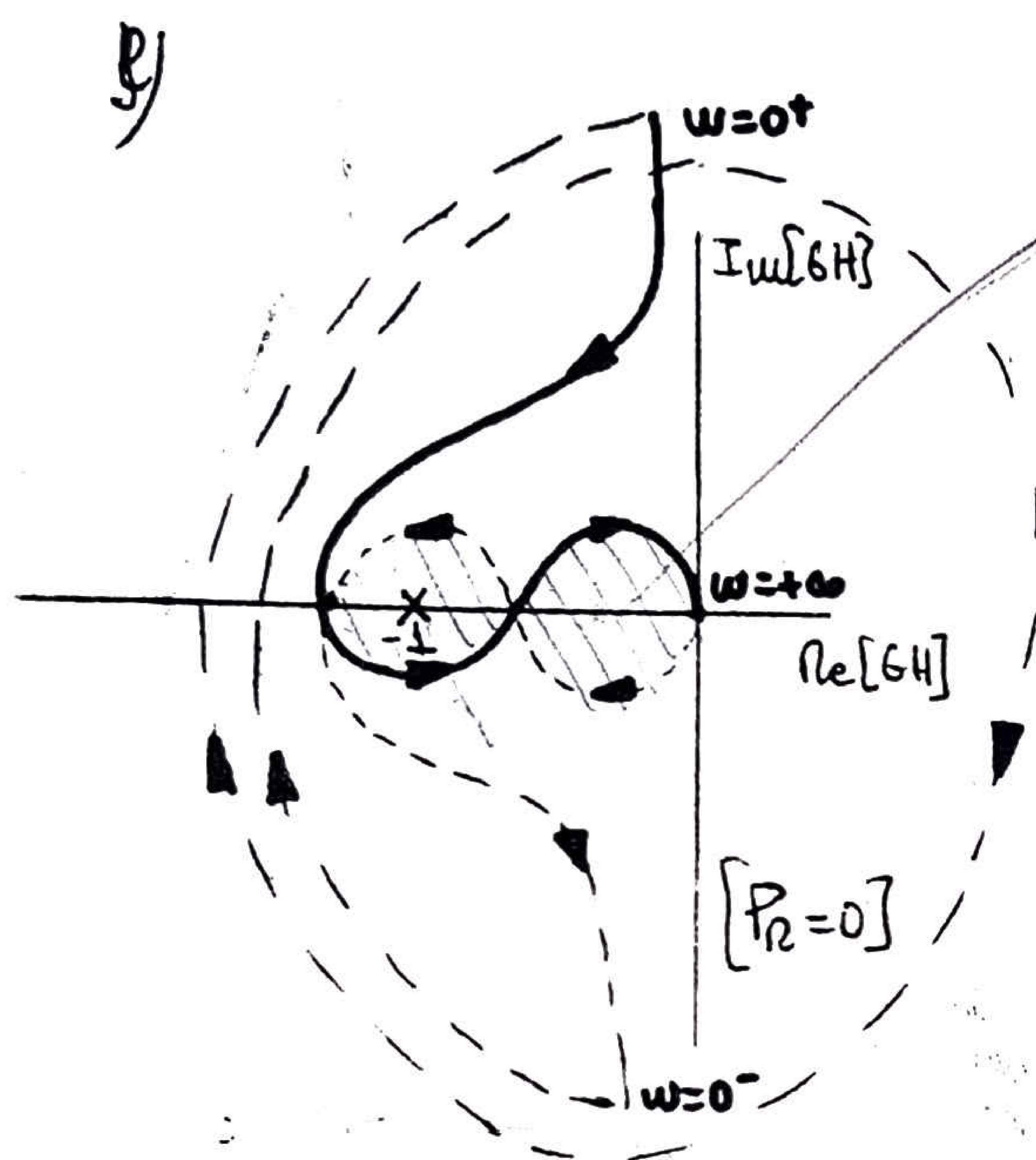
$N = 0 = Z_R - P_R$

$P_R = 0 \Rightarrow Z_R = 0$

El sistema es estable.

---

b)



Areas no cerradas por el contorno

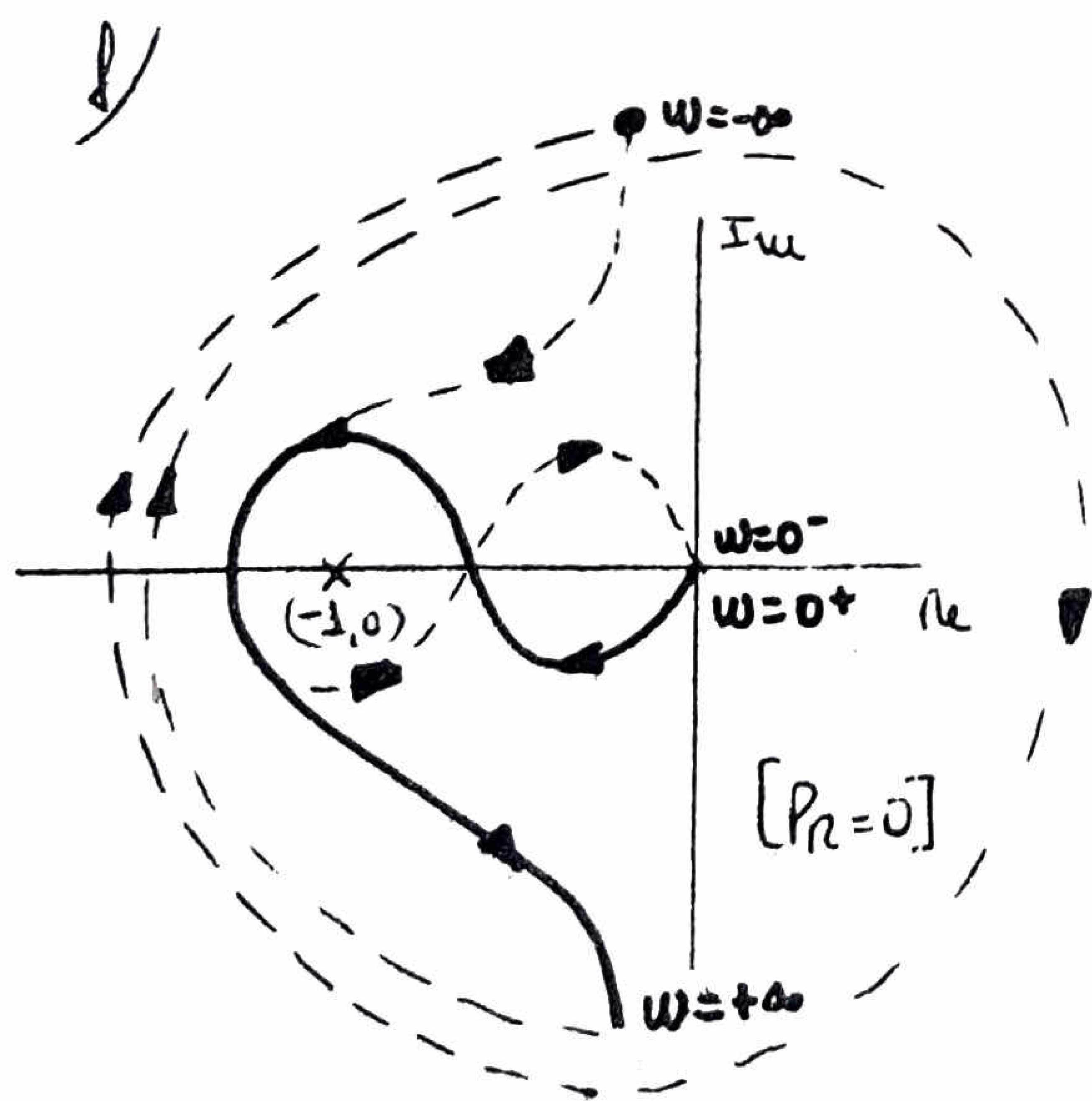
$N = 0 = Z_R - P_R$

$P_R = 0 \Rightarrow Z_R = 0$

El sistema es estable.

---

d)



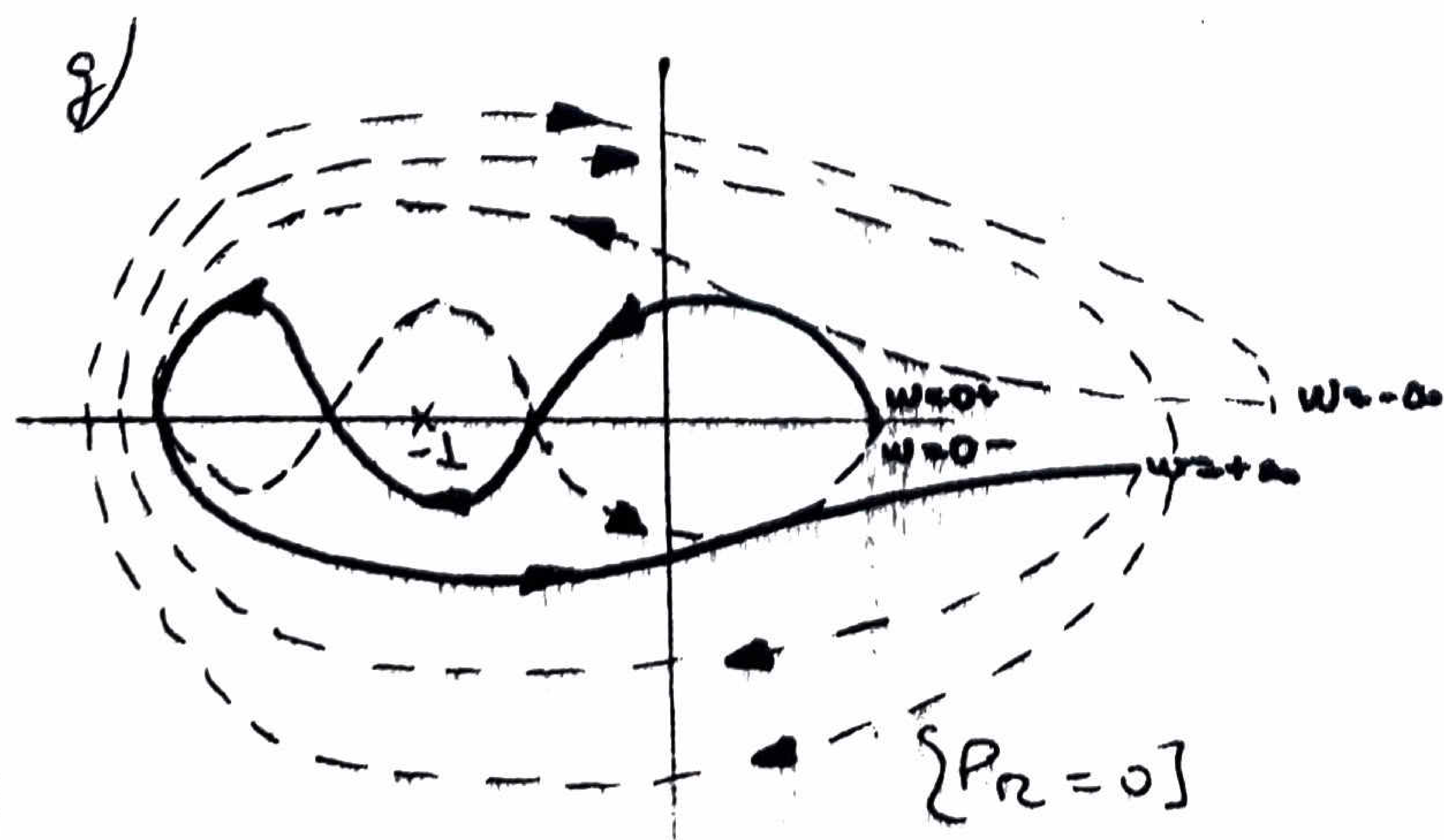
$N = 0 = Z_R - P_R$

$P_R = 0 \Rightarrow Z_R = 0$

El sistema es estable.

---

g)

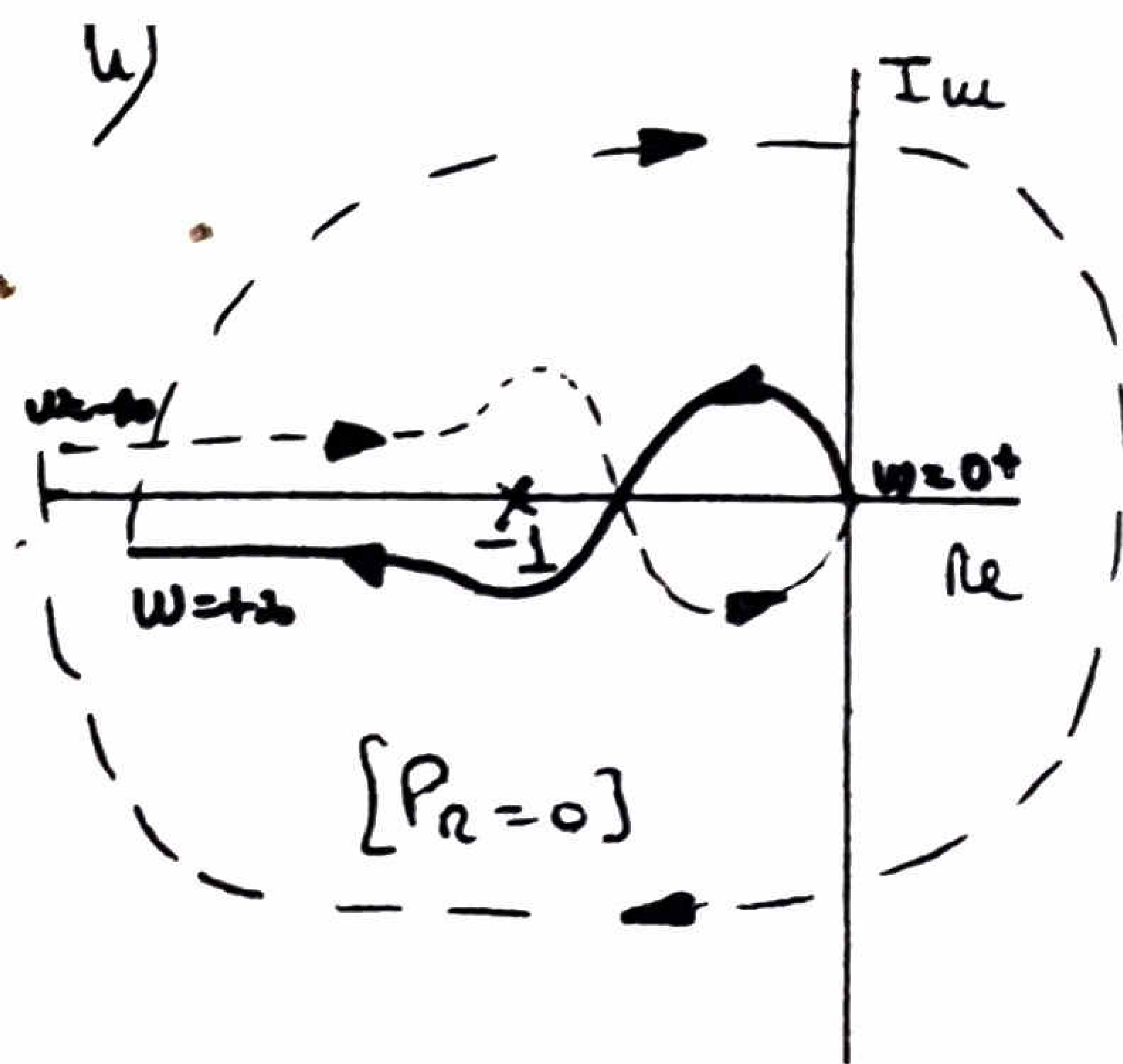


$N = 2 = Z_R - P_R$

$P_R = 0 \Rightarrow Z_R = 2$

El sistema es inestable.

h)



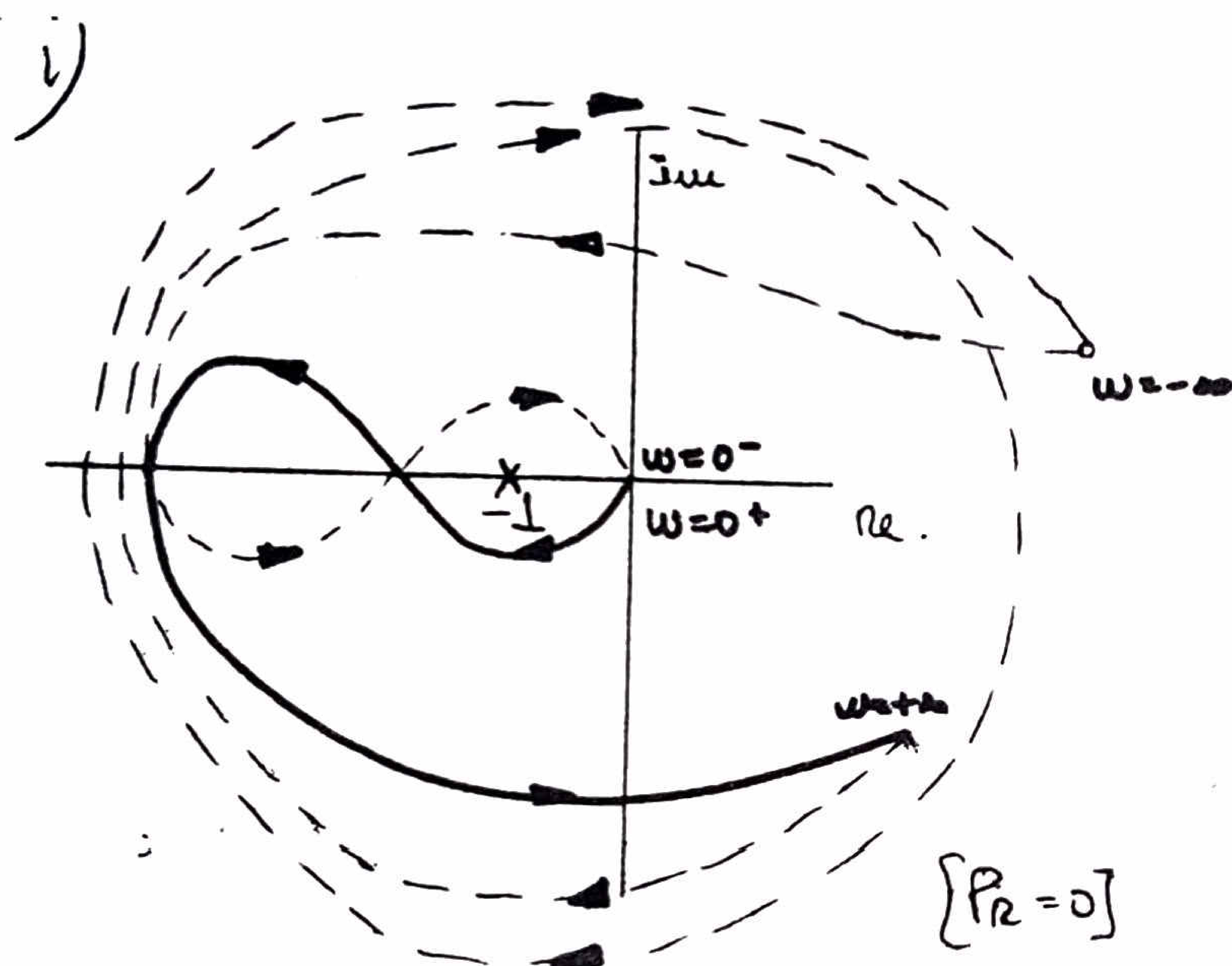
$N = 1 = Z_R - P_R$

$P_R = 0 \Rightarrow Z_R = 1$

El sistema es inestable.

---

i)



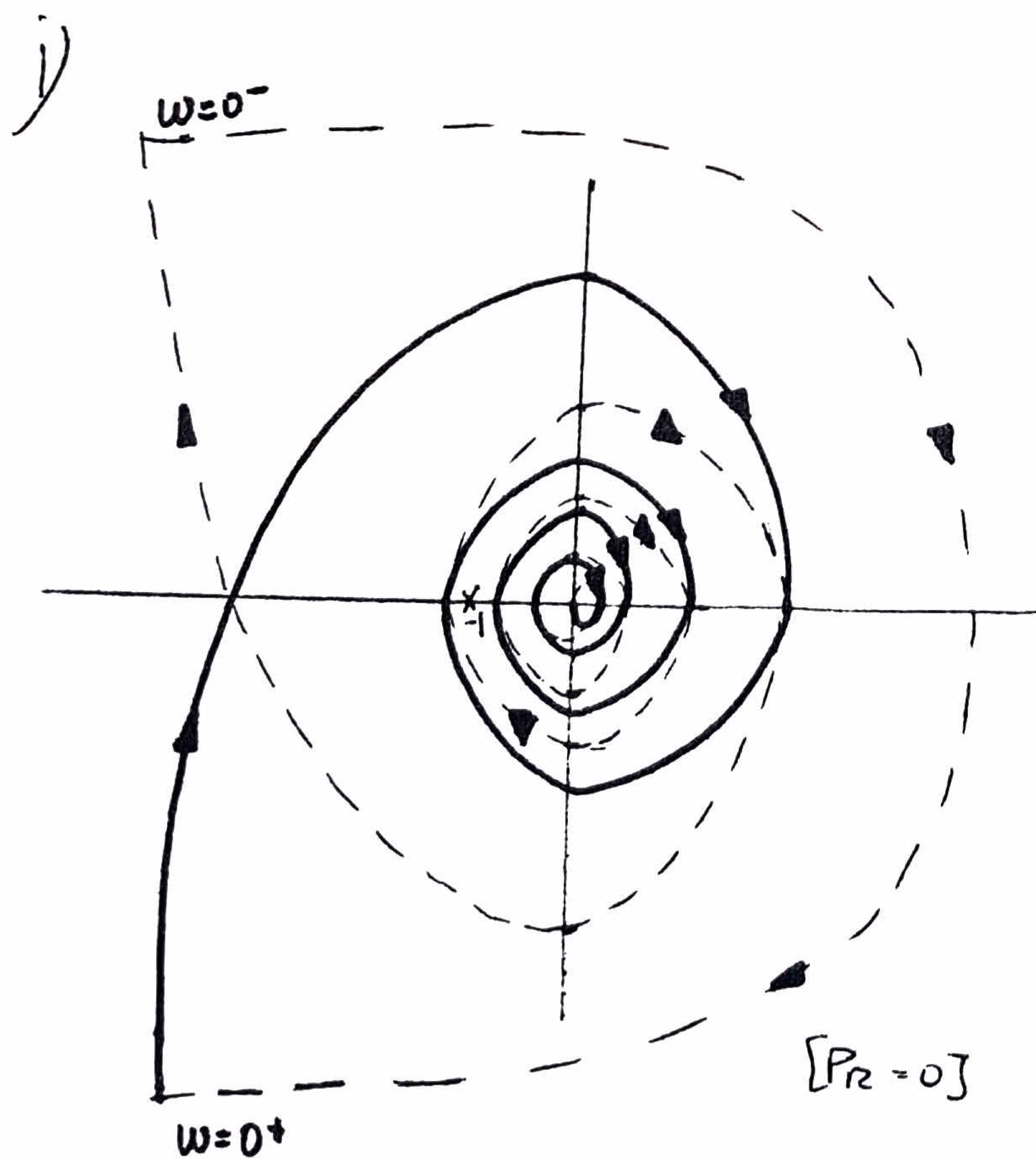
$N = 2 = Z_R - P_R$

$P_R = 0 \Rightarrow Z_R = 2$

El sistema es inestable.

---

j)



$N = 4 = Z_R - P_R$

$P_R = 0 \Rightarrow Z_R = 4$

El sistema es inestable.

2. Dibujese el lugar de Nyquist directo para determinar la stabilidad en bucle cerrado de los sistemas, cuyas funciones de transferencia se dan. Determinar los valores de K que corresponden a un funcionamiento estable y los correspondientes a la instabilidad. $[H(s) = 1]$

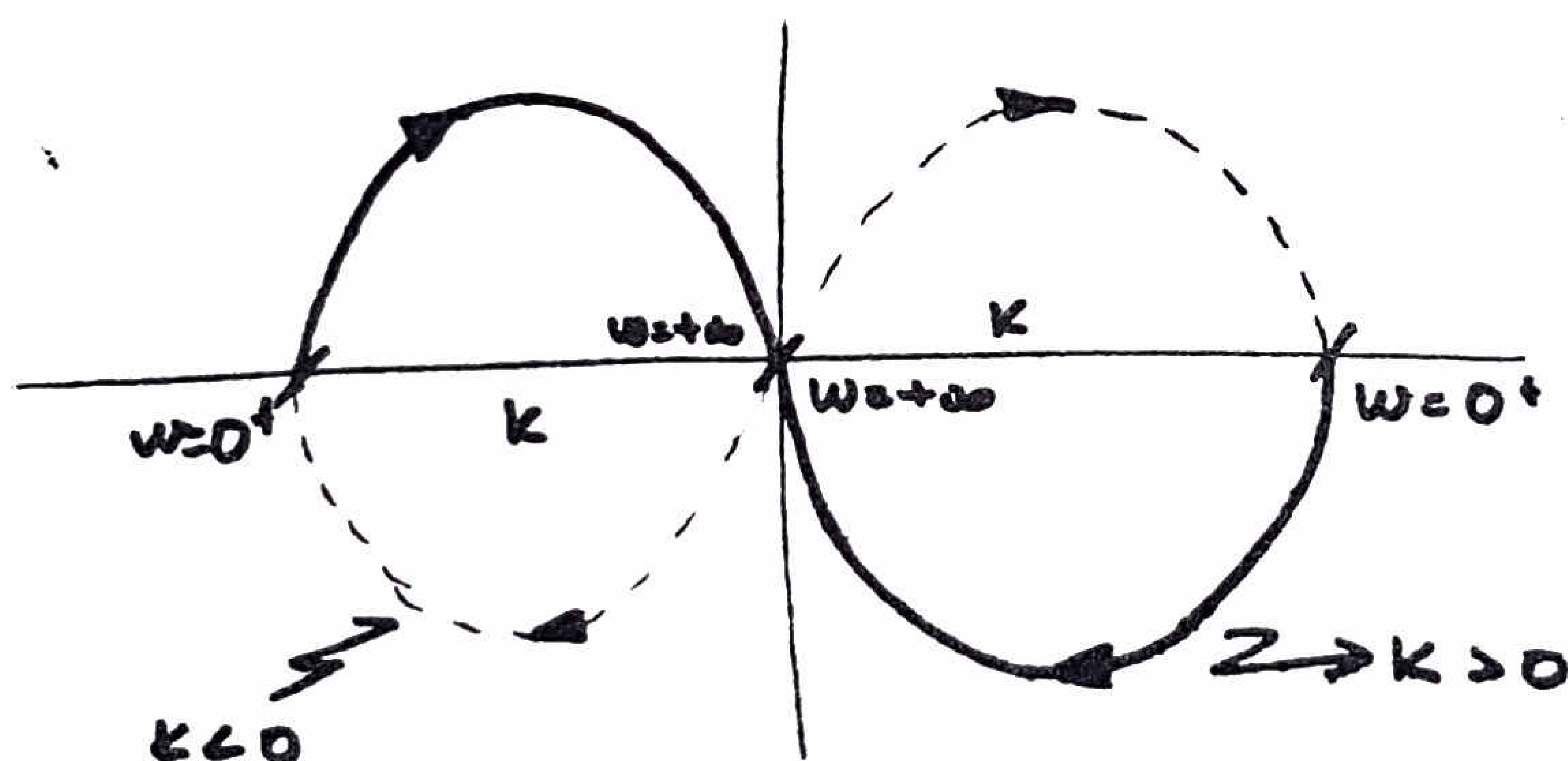
a) $$G(s) = \frac{K}{1+s}$$

$$G(j\omega) = \frac{K}{1+j\omega} = \frac{|K|}{\sqrt{1+\omega^2}} \underline{\left|\phi_K - \operatorname{arctg} \omega\right.}$$

$\omega = 0^+$ $|G(j\omega)| = |K|$ $\phi = \phi_K$

$\omega = +\infty$ $|G(j\omega)| = 0$ $\phi = \phi_K - 90°$

Las graficas para $K>0$ y $K<0$ son:



Al ser $P_R = 0$ el sistema es stable cuando $N = 0$ por lo que:

Sistema stable $K > -1$

b) $$G(s) = K \frac{1+s}{1-s}$$

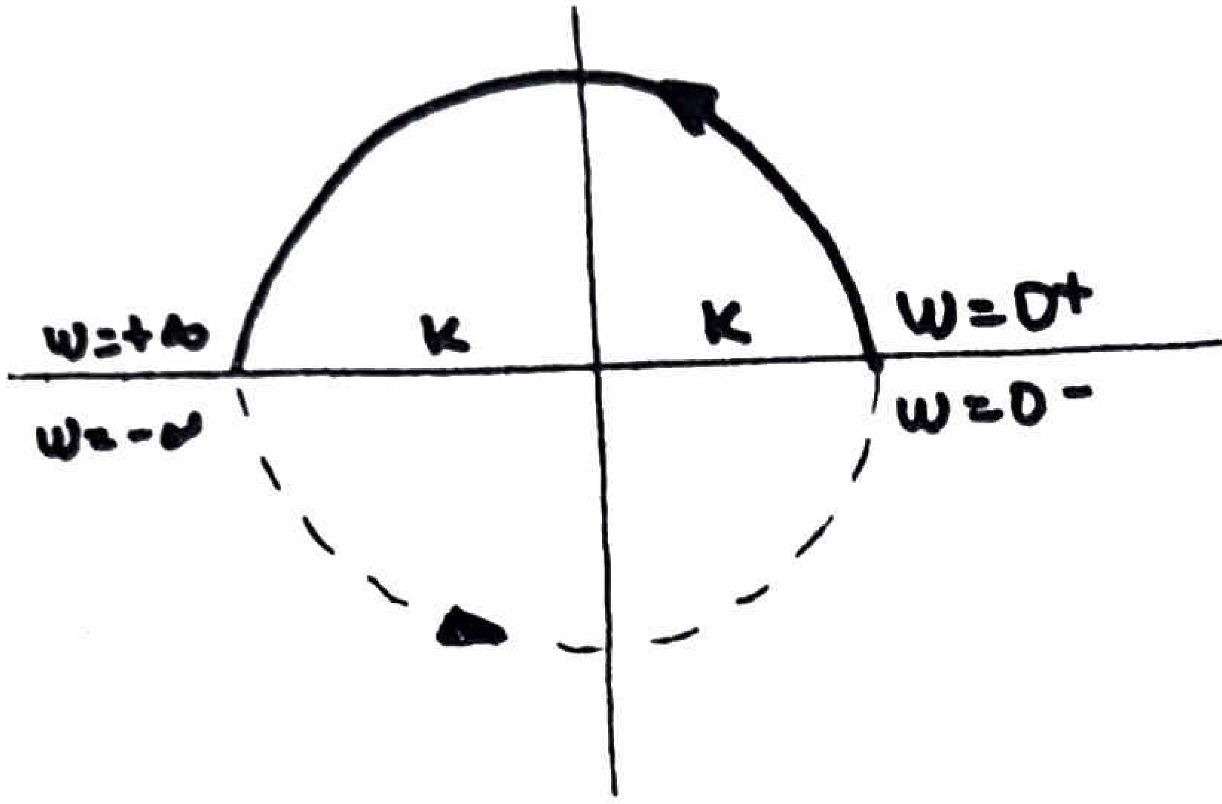
$$G(j\omega) = K \frac{1+j\omega}{1-j\omega} = |K| \underline{\left|\phi_K + tg^{-1}\omega - tg^{-1}(-\omega)\right.}$$

$\omega = 0^+$ $|G(j\omega)| = |K|$ $\phi = \phi_K$

$\omega = +\infty$ $|G(j\omega)| = |K|$ $\phi = \phi_K + 180°$

Obtenemos dos gráficas. para $K>0$ y $K<0$.

$K>0$



Estable para $Z_R=0$

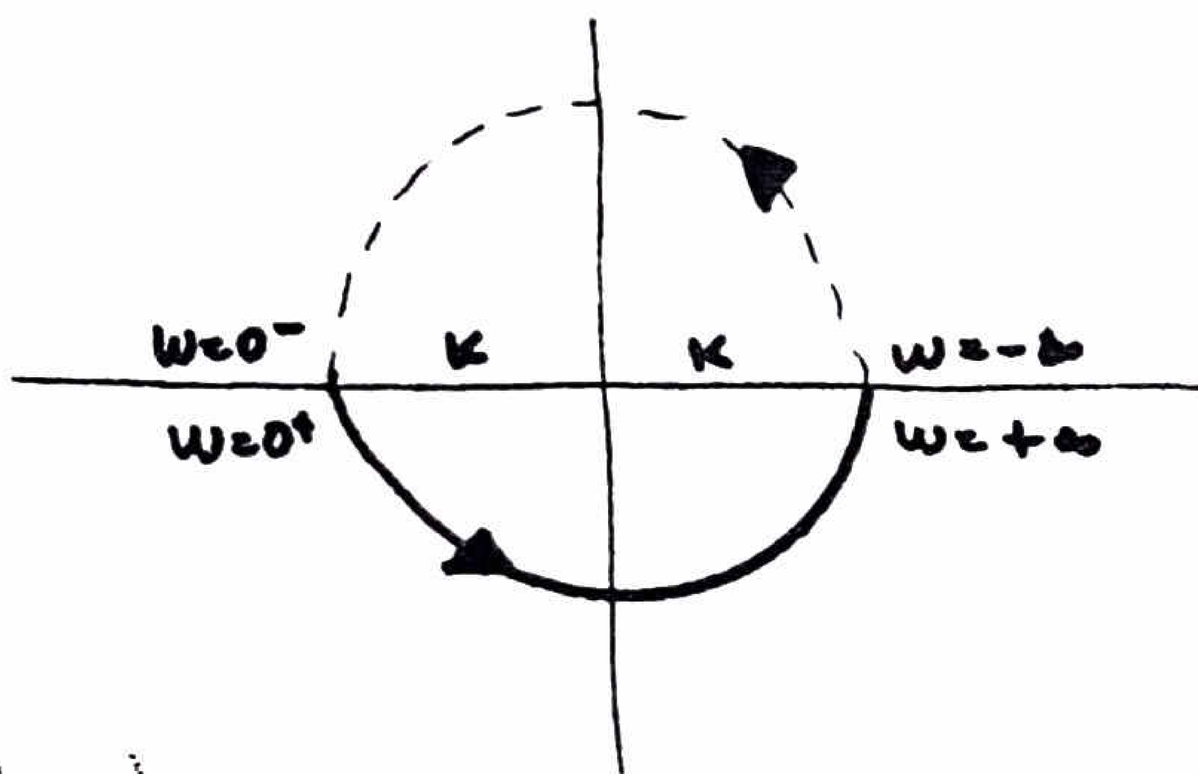
$N = Z_R - P_R$

$P_R = 1$

$N = 0 - 1 = -1$

Para que $N=-1 \Rightarrow K>1$

$K<0$



$N = Z_R - P_R$

$P_R = 1$. - $Z_R = 0$

$N = -1$.

Para que $N=-1 \Rightarrow |K| > 1$.

Por tanto, el sistema es stable para : $|K| > 1$

e instable para : $|K| < 1$.

---

c) $G(s) = \frac{K}{s^2}$

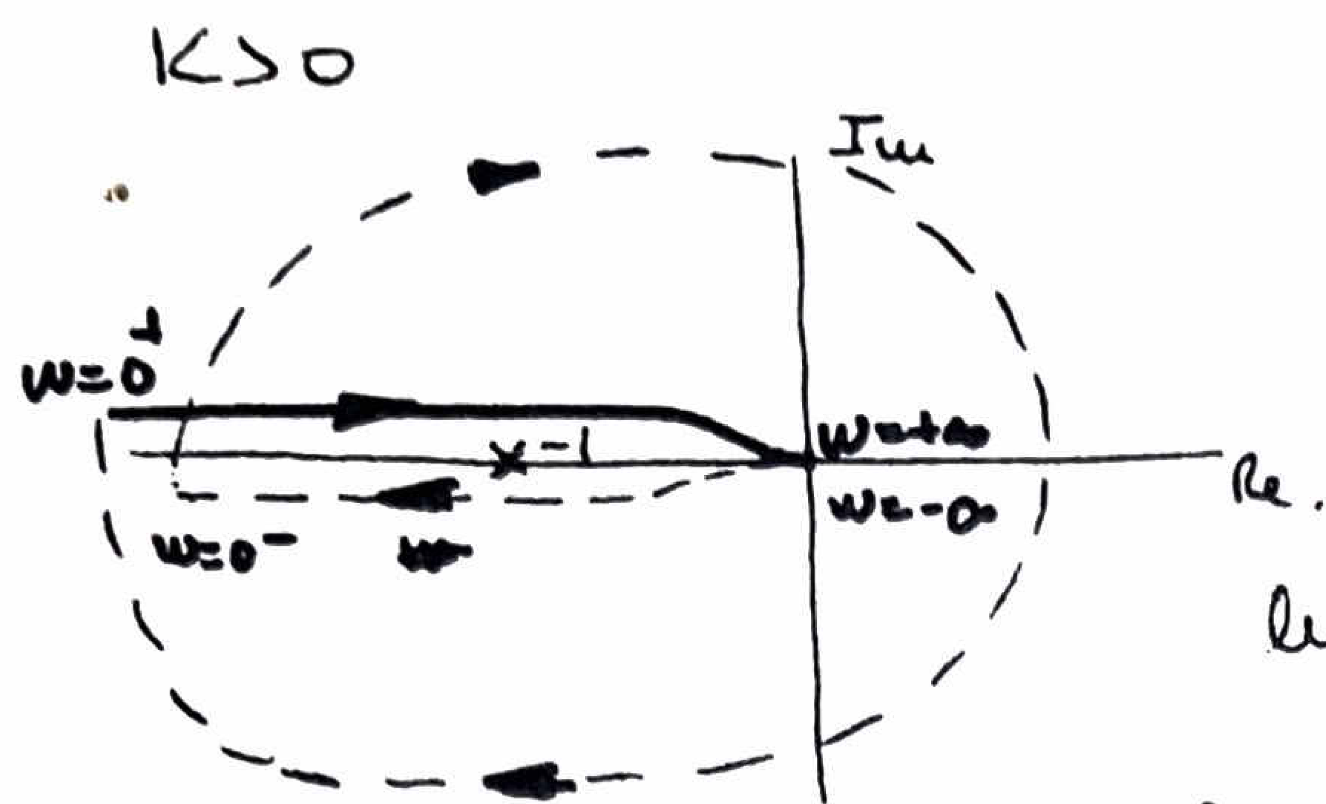
$G(j\omega) = \frac{K}{-\omega^2} = \frac{|K|}{\omega^2} \angle \phi_K - 180^\circ$

$\omega = 0^+$ $|G(j\omega)| = \infty$ $\phi = \phi_K - 180^\circ$

$\omega = +\infty$ $|G(j\omega)| = 0$ $\phi = \phi_K - 180^\circ$

Obtenemos dos gráficas

K>0

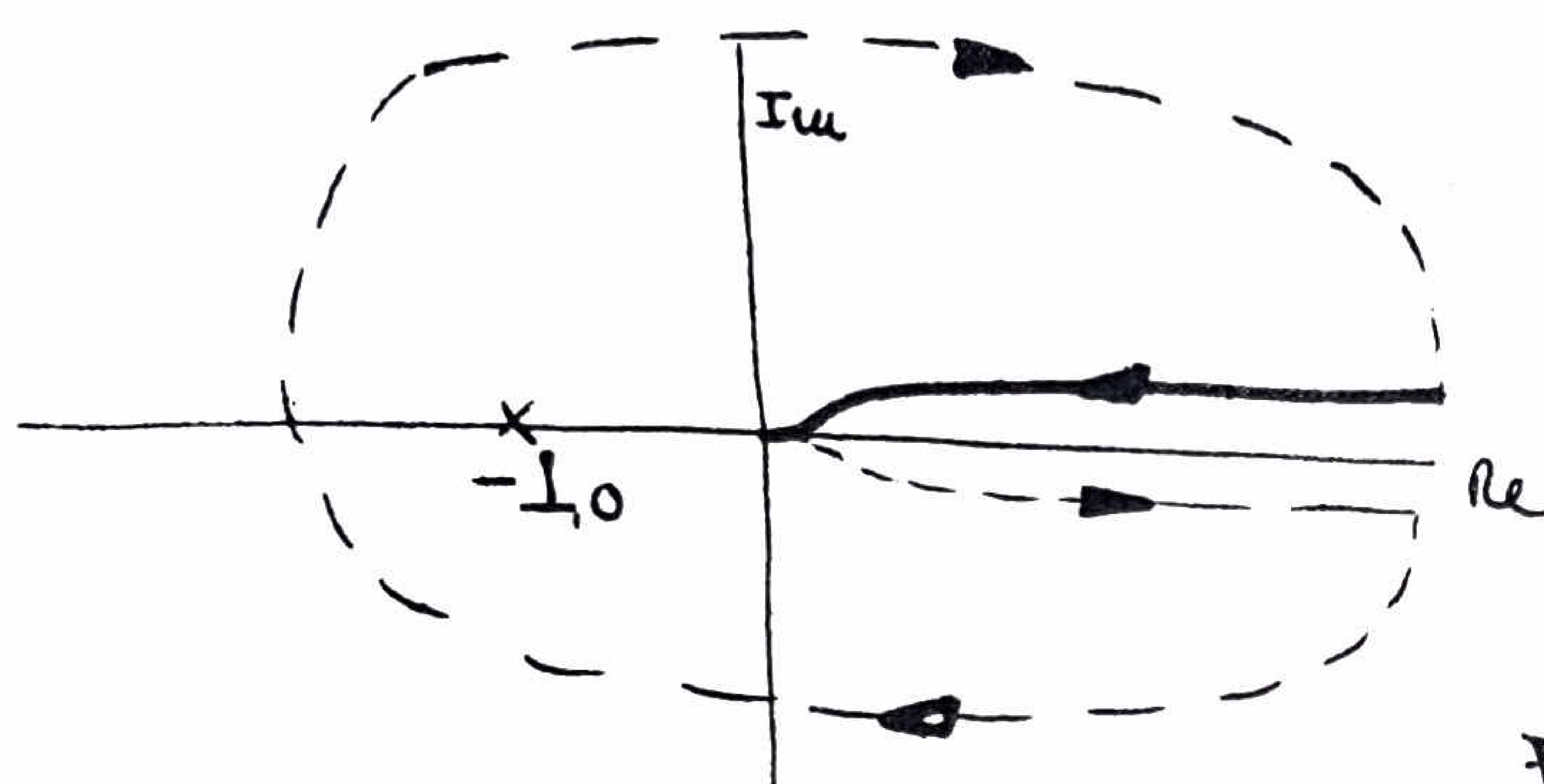


N = 2

$P_R = 0 \Rightarrow Z_R = 2$

luego el sistema es inestable para cualquier valor positivo de K

K<0



N = 1

$P_R = 0 \Rightarrow Z_R = 1.$

El sistema es inestable para cualquier valor negativo de K

Solución: sistema inestable para todo K.

d)
$$G(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}$$

$$G(j\omega) = \frac{|K|}{\omega\sqrt{1+\omega^2}\sqrt{4+\omega^2}} \underline{/ \phi_K - 90^\circ - tg^{-1}(\omega) - tg^{-1}\left(\frac{\omega}{2}\right)}$$

$\omega = 0^+ \qquad |G(j\omega)| = \infty \qquad \phi = \phi_K - 90^\circ$

$\omega = +\infty \qquad |G(j\omega)| = 0 \qquad \phi = \phi_K - 270^\circ$

Asíntota y corte con los ejes.

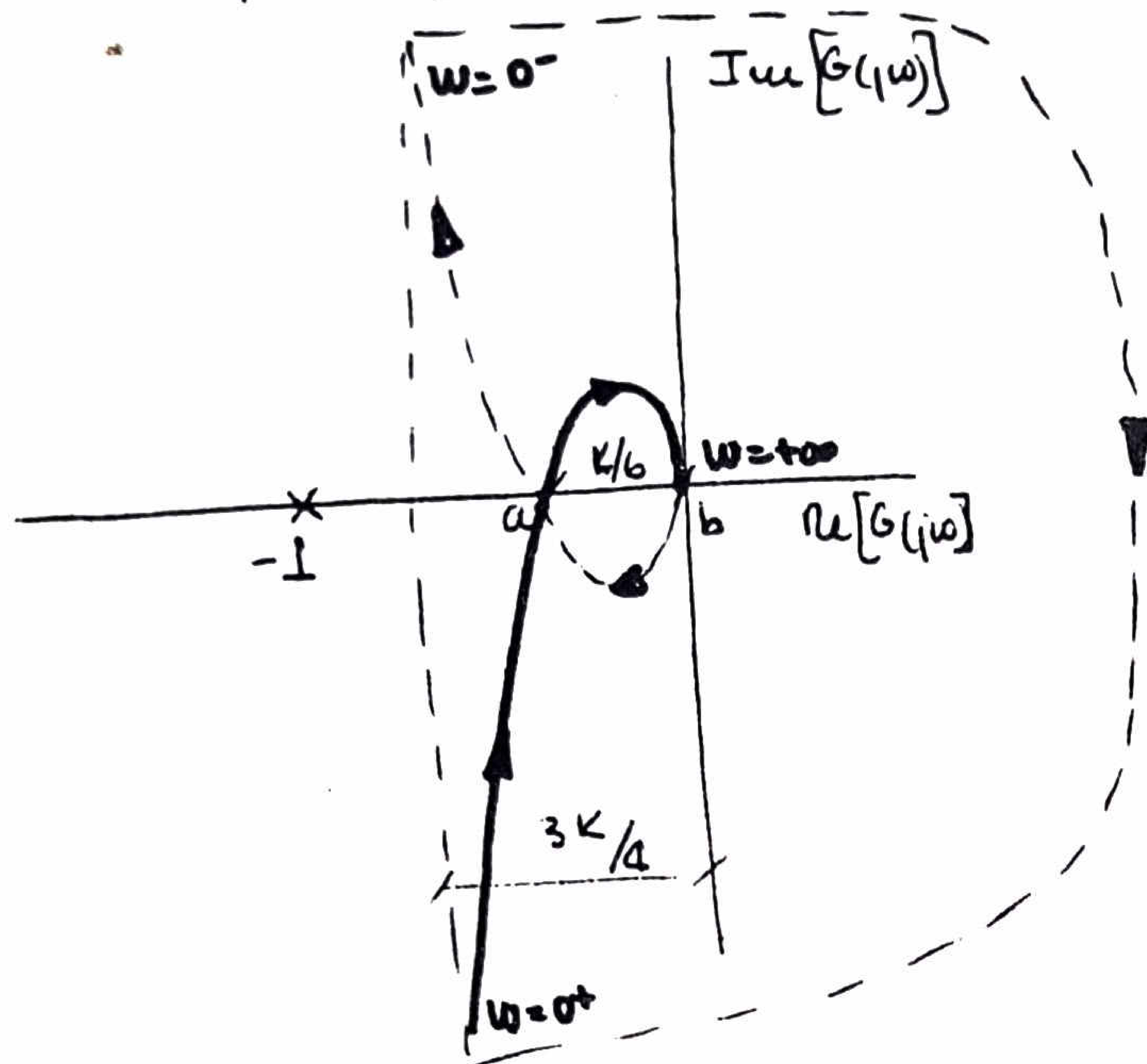
$$V_x = \lim_{\omega \to 0} Re[G(j\omega)] = -\frac{3K}{4}$$

corte con el eje real

$$Im[G(j\omega)] = 0 \Rightarrow \omega_x = \sqrt{2}$$

$$Re[G(j\omega)]_{\omega=\sqrt{2}} = -\frac{K}{6}$$

Grafica para $K>0$



$P_R = 0$

Sistema stable para

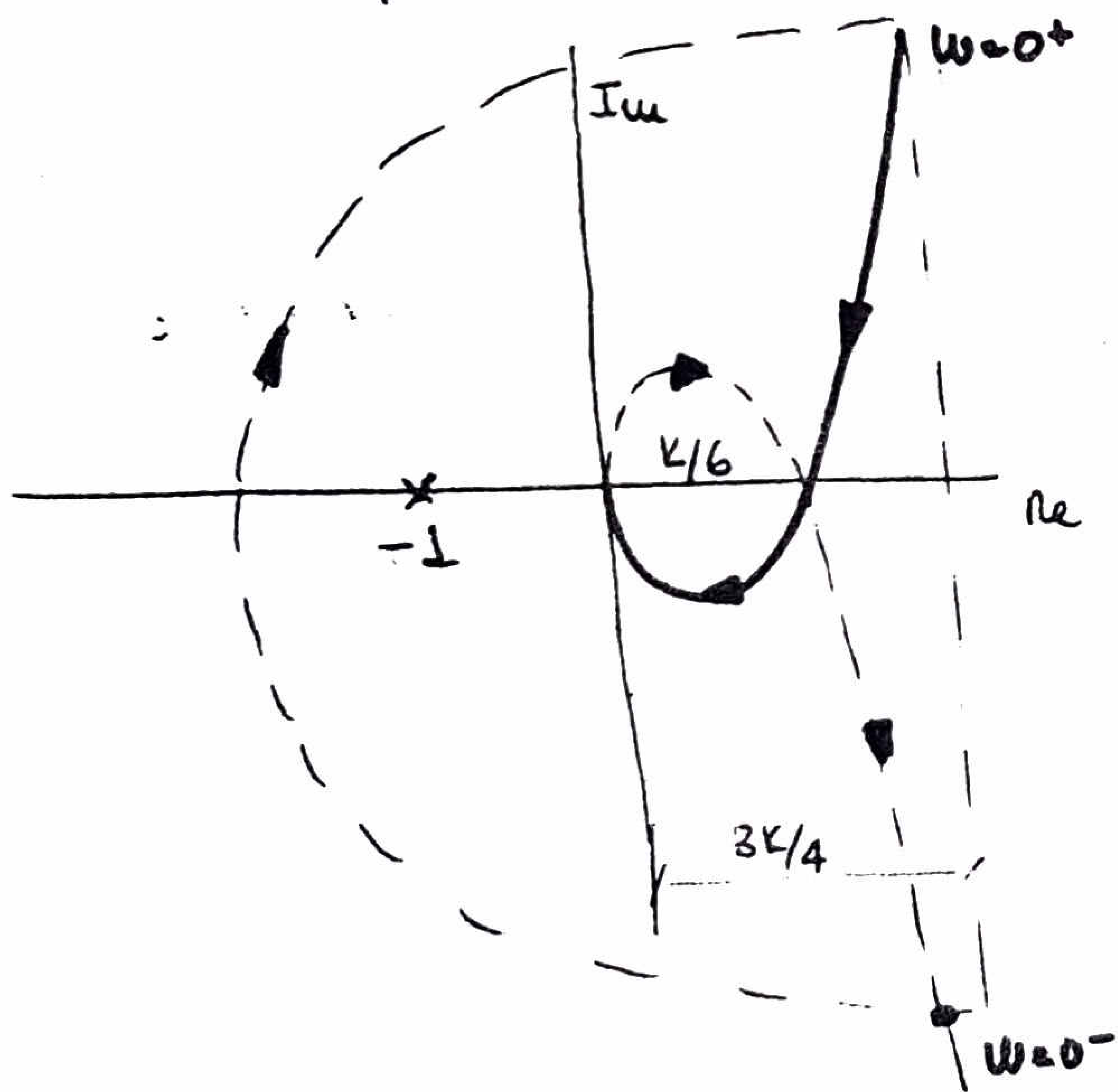
$N = Z_R - P_R = 0 - 0 = 0$

Para que esto suceda el punto $(-1,0)$ debe estar a la izquierda de $\underline{a}$.

Por tanto

$\frac{K}{6} < 1 \Rightarrow \underline{K < 6}$

Gráfica para $K<0$.



$P_R = 0$

$N = Z_R - P_R = 1 \Rightarrow Z_R = 1$

Luego el sistema es inestable para todo valor negativo de K.

Por tanto, sistema stable para $0 < K < 6$

e inestable $K < 0$ „ $K > 6$

e)

$$G(s) = \frac{K(s+2)}{(s+3)(s-1)}$$

$$G(j\omega) = \frac{|K|\sqrt{4+\omega^2}}{\sqrt{9+\omega^2}\sqrt{1+\omega^2}} \quad \underline{\left|\phi_K + tg^{-1}\frac{\omega}{2} - tg^{-1}\frac{\omega}{3} - tg^{-1}(-\omega)\right.}$$

$\omega = 0^+ \qquad |G(j\omega)| = \dfrac{2|K|}{3} \qquad \phi = \phi_K - 180°$

$\omega = \infty \qquad |G(j\omega)| = 0 \qquad \phi = \phi_K - 90°$

Corte con los ejes

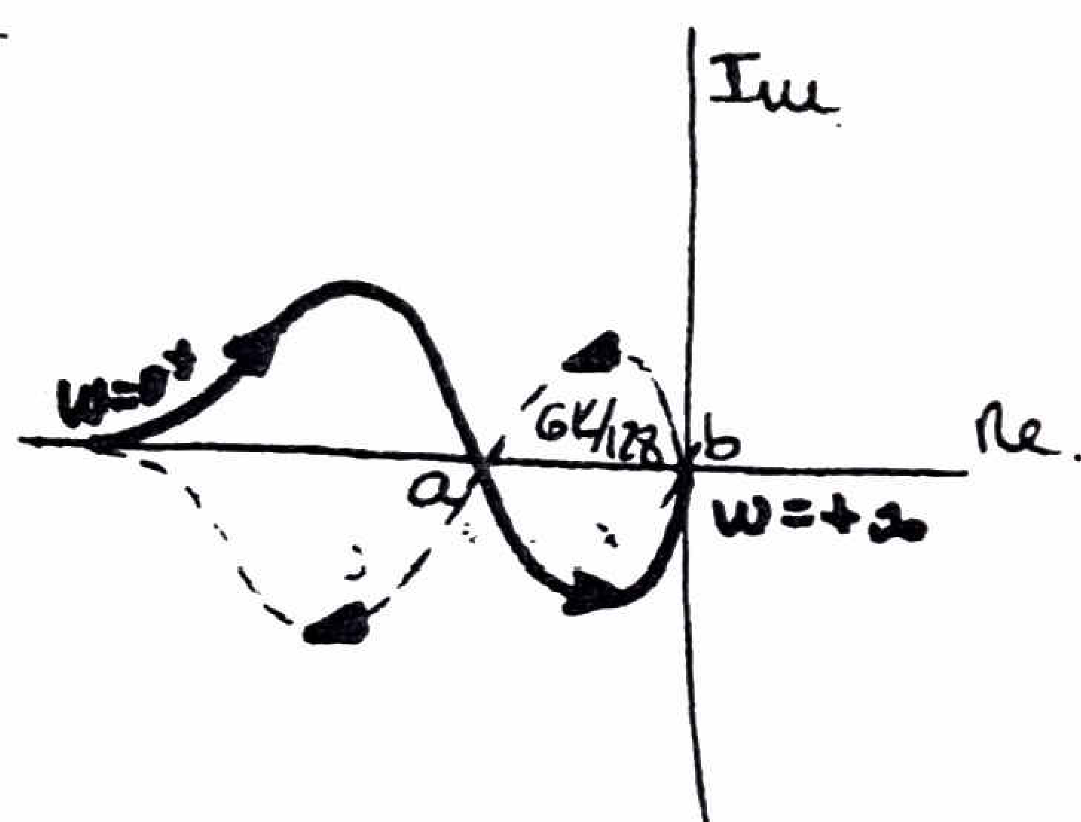
$$G(j\omega) = \frac{K(2+j\omega)(3-j\omega)(-1-j\omega)}{(9+\omega^2)(1+\omega^2)} = -K\,\frac{6+j\omega(7+\omega^2)}{(9+\omega^2)(1+\omega^2)}$$

Corte con el eje real.

$\mathrm{Im}\,[G(j\omega)] = 0 \qquad \Rightarrow \omega_x = \pm\sqrt{7}$

$\mathrm{Re}\,[G(j\omega)]_{\omega=\omega_x} = -\dfrac{6}{128}K$

Gráfica para $K>0$



$P_R = 1.$

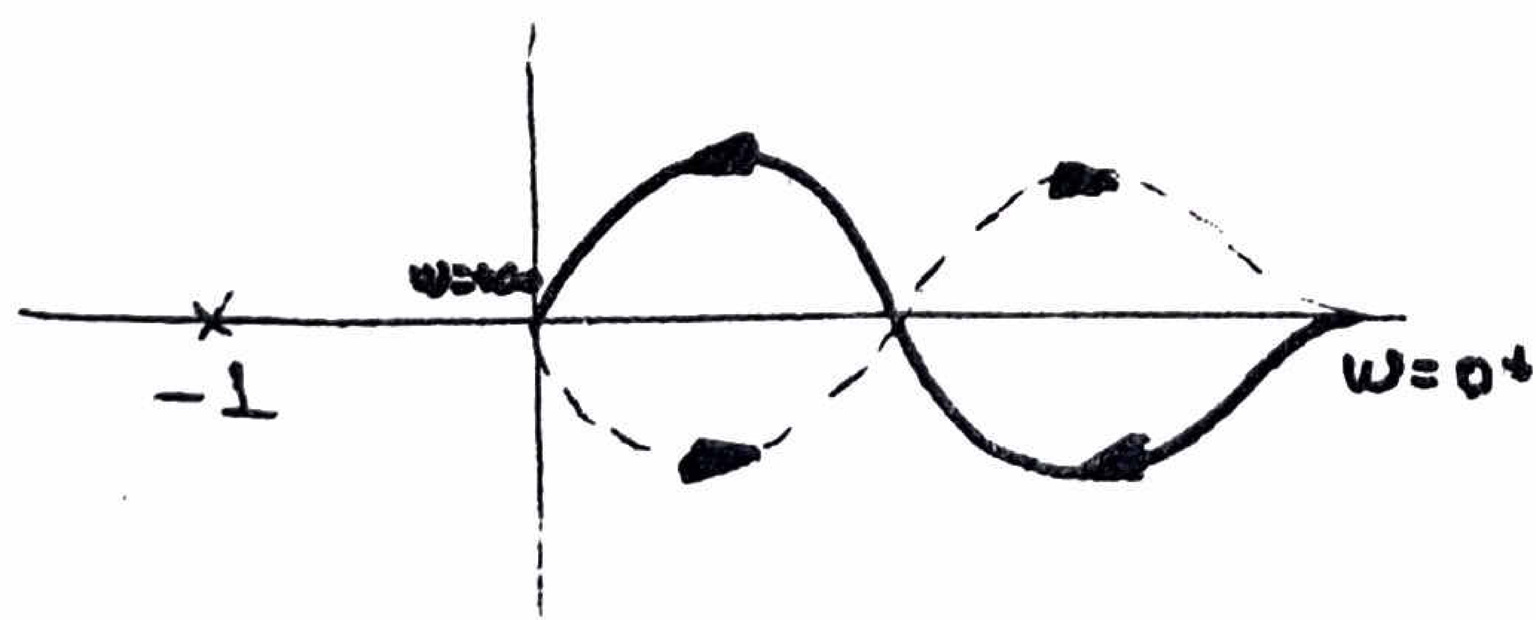
Para ser estable $\Rightarrow Z_R = 0$

$N = Z_R - P_R = 0 - 1 = -1.$

Por tanto, el punto $(-1,0)$ debe estar entre los puntos $\underline{a}$ y $\underline{b}$ del eje real.

$\dfrac{6K}{128} > 1 \qquad 6K > 128 \quad \Rightarrow \quad K > \dfrac{128}{6}$

Gráfica para $K<0$



$N = 0$

El sistema es inestable para $K<0$

Conclusión: Sistema stable para $K > \dfrac{128}{6}$.

e inestable para $K < \dfrac{128}{6}$.

f) $$G(s) = \frac{K}{(s-1)(s+2)(s+4)}$$

$$G(j\omega) = \frac{|K|}{\sqrt{1+\omega^2}\sqrt{4+\omega^2}\sqrt{16+\omega^2}} \angle \phi_K - tg^{-1}(-\omega) - tg^{-1}\frac{\omega}{2} - tg^{-1}\left(\frac{\omega}{4}\right)$$

$\omega = 0^+$ $\quad |G(j\omega)| = \frac{|K|}{8}$ $\quad \phi = \phi_K - 180°$

$\omega = \infty$ $\quad |G(j\omega)| = 0$ $\quad \phi = \phi_K - 270°$

Corte con los ejes

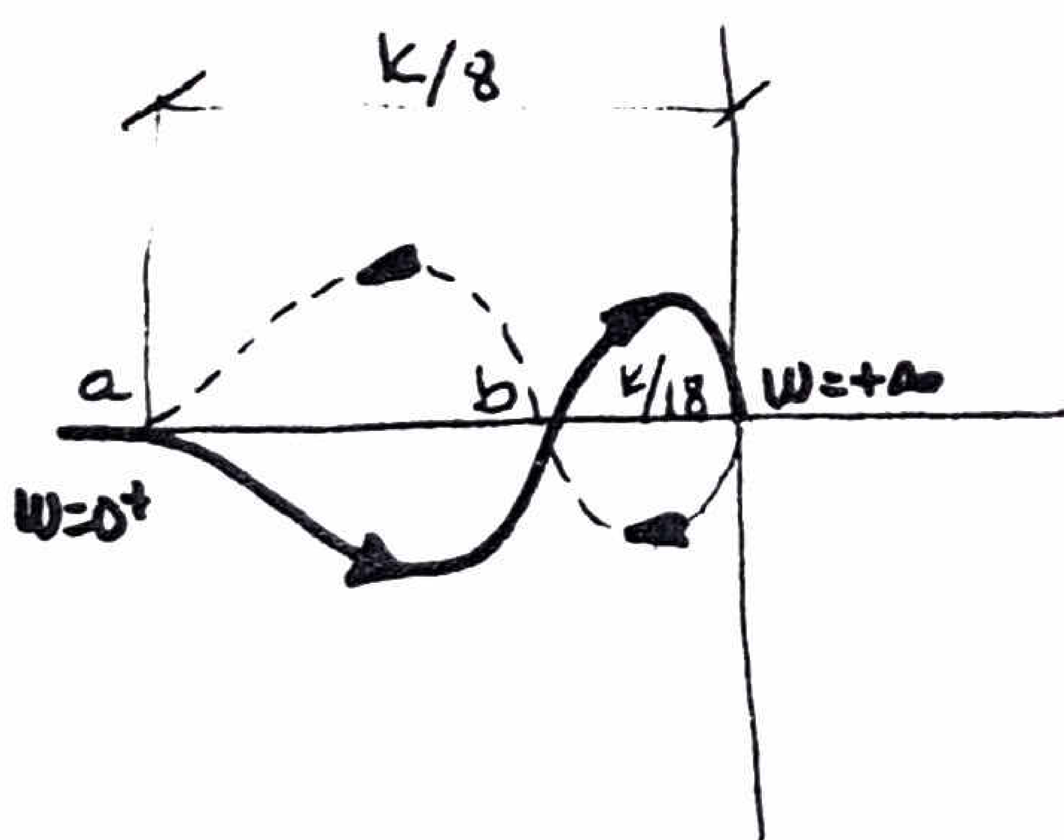
$$G(j\omega) = -K \frac{(8+5\omega^2) - j\omega(\omega^2-2)}{(1+\omega^2)(4+\omega^2)(16+\omega^2)}$$

Corte con el eje real.

$Im[G(j\omega)] = 0 \quad \Rightarrow \omega_x = \pm\sqrt{2}$

$Re[G(j\omega)]_{\omega=\omega_x} = -\frac{K}{18}$.

Grafica para $K > 0$.



$P_R = 1$.

Para ser stable $\Rightarrow Z_R = 0$

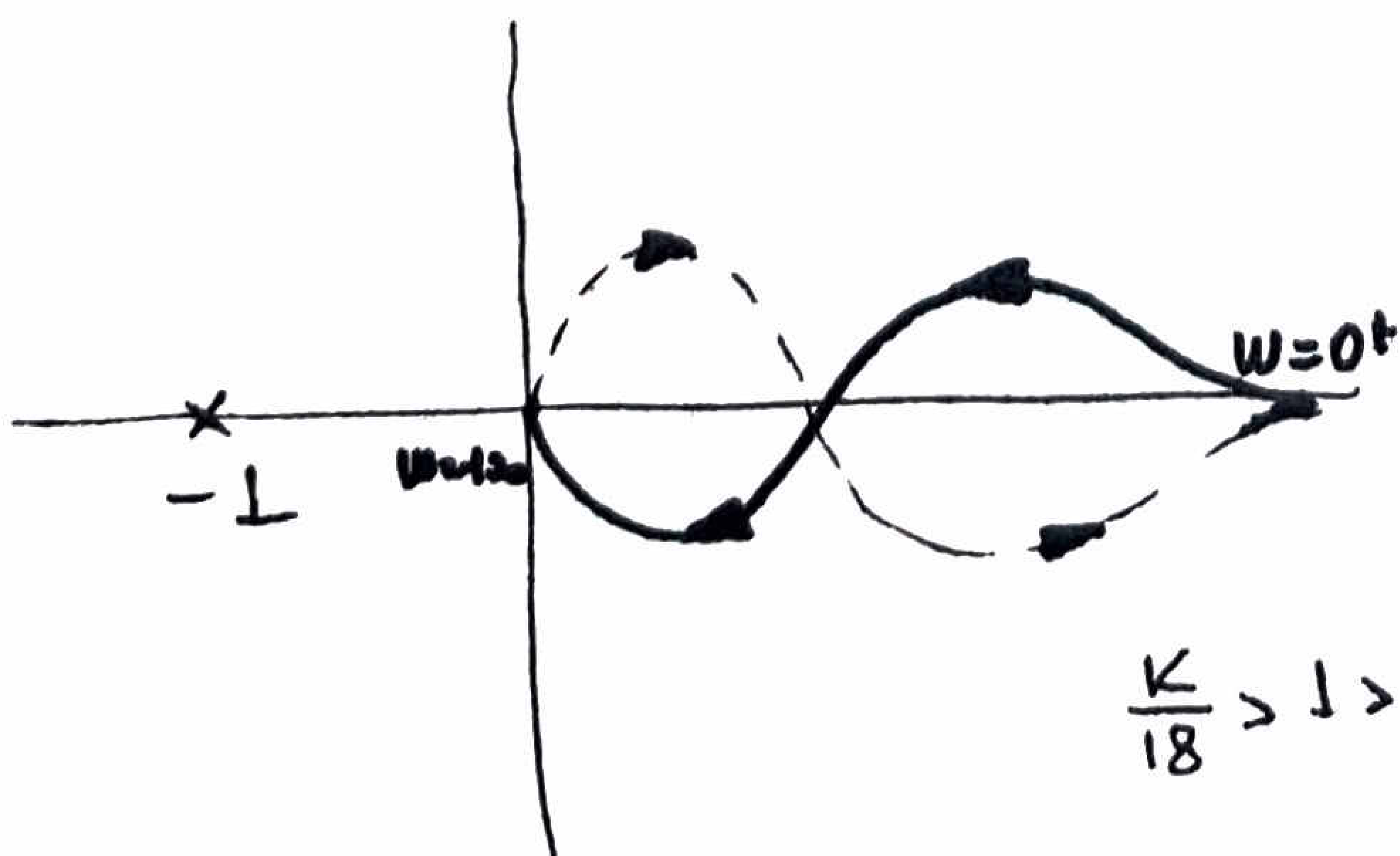
$N = Z_R - P_R = 0 - 1 = -1$.

El punto $(-1,0)$ debe estar entre los puntos a y b del eje real.

Por tanto.

$$\frac{K}{8} > 1 > \frac{K}{18}$$

Grafica para $K < 0$



$N = 0$

Systema unstable para $K < 0$.

Portanto el sistema es stable para $\frac{K}{18} > 1 > \frac{K}{8}$ e unstable para el resto de valores

3. Determínese por el criterio de Nyquist si es estable ó no el sistema que tiene la función de transferencia siguiente.

$$G(s)H(s) = \frac{K_x}{s^2(1-\frac{s}{2})} = \frac{2K_x}{s^2(2-s)}$$

a) Si $K_x = 1$ " b) Si $K_x = -10$. Si es inestable, determinar el número de polos en el semiplano derecho en cada caso.

Solución.

Representación en coordenadas polares.

$$G(j\omega)H(j\omega) = \frac{2|K_x|}{\omega^2\sqrt{4+\omega^2}} \underline{|\phi_{Kx} - 180° - tg^{-1}(-\frac{\omega}{2})}$$

$\omega = 0^+ \Rightarrow |G(j\omega)| = \infty \qquad \phi = \phi_{Kx} - 180°$

$\omega = +\infty \Rightarrow |G(j\omega)| = 0 \qquad \phi = \phi_{Kx} - 180° + 90° = \phi_{Kx} - 90°$

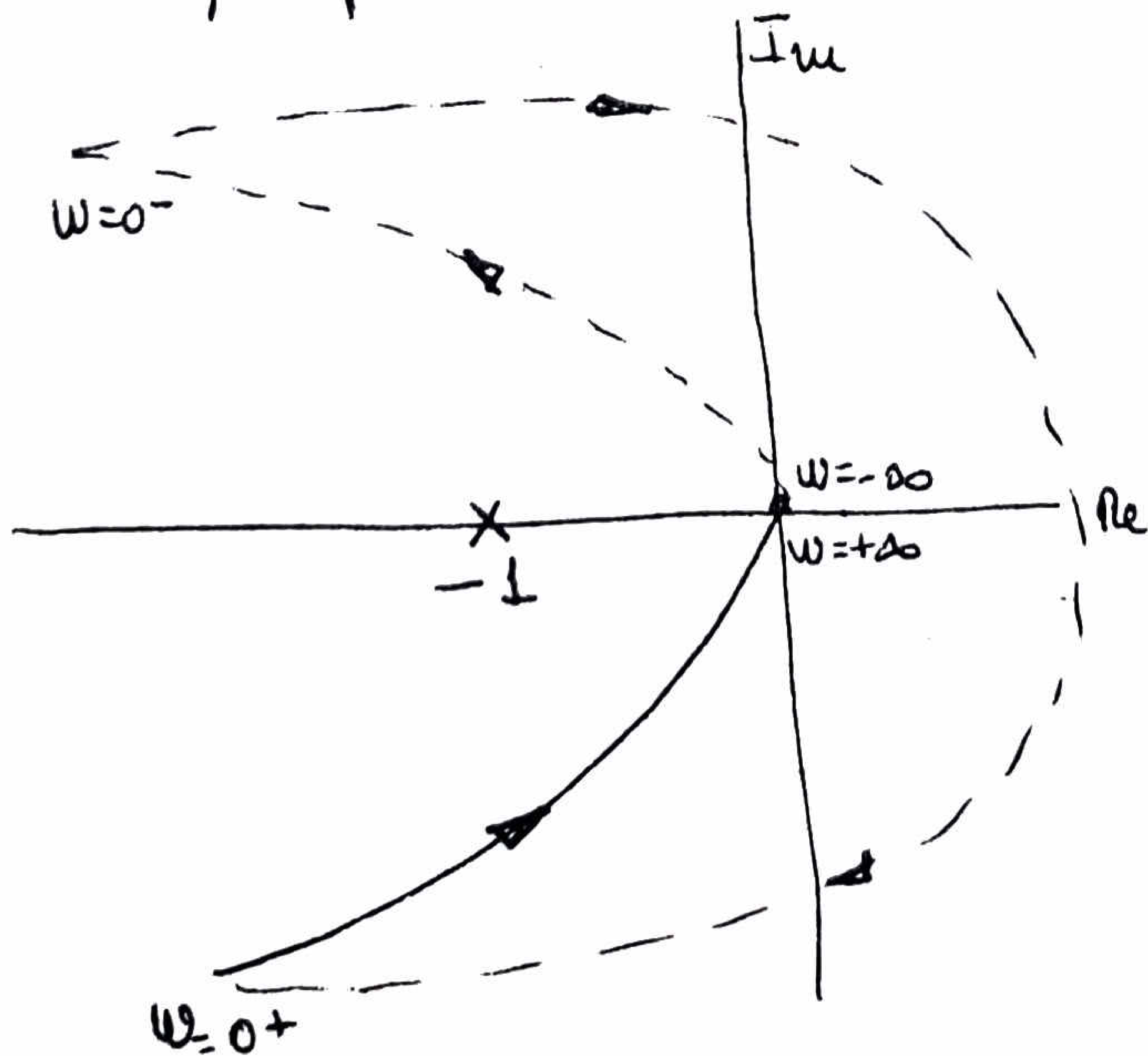
Asíntotas y cortes con los ejes.-

Asíntota.-

$$\lim_{\omega \to 0} Im[G(j\omega)] = \infty.$$

No hay cortes con los ejes.

Gráfica para $K_x > 0$

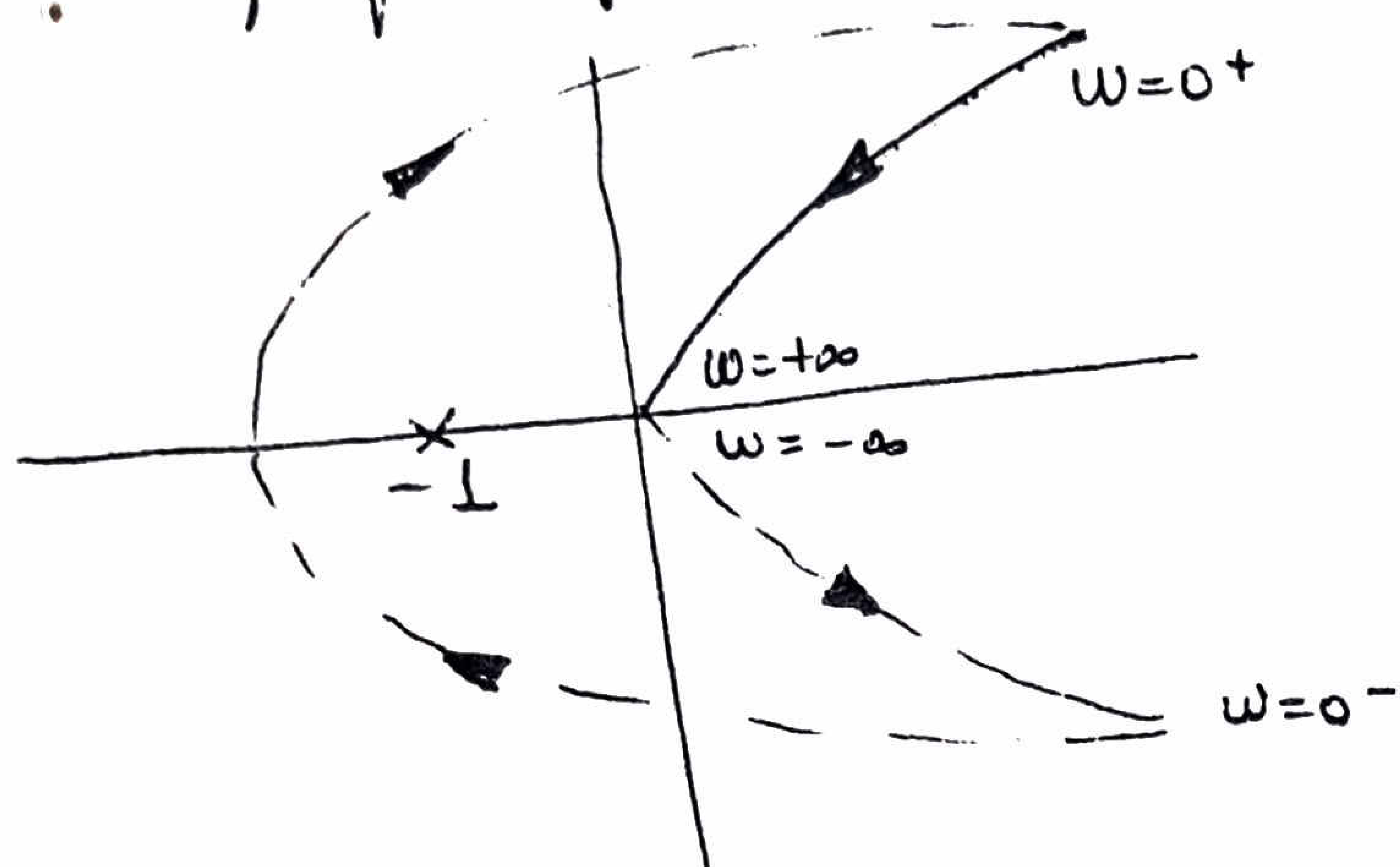


$N = 0 = Z_R - P_R$

Pero $P_R = 1$, $\Rightarrow Z_R = 1$

y el sistema es inestable para todo $K_x > 0$

Grafica para $K_x < 0$

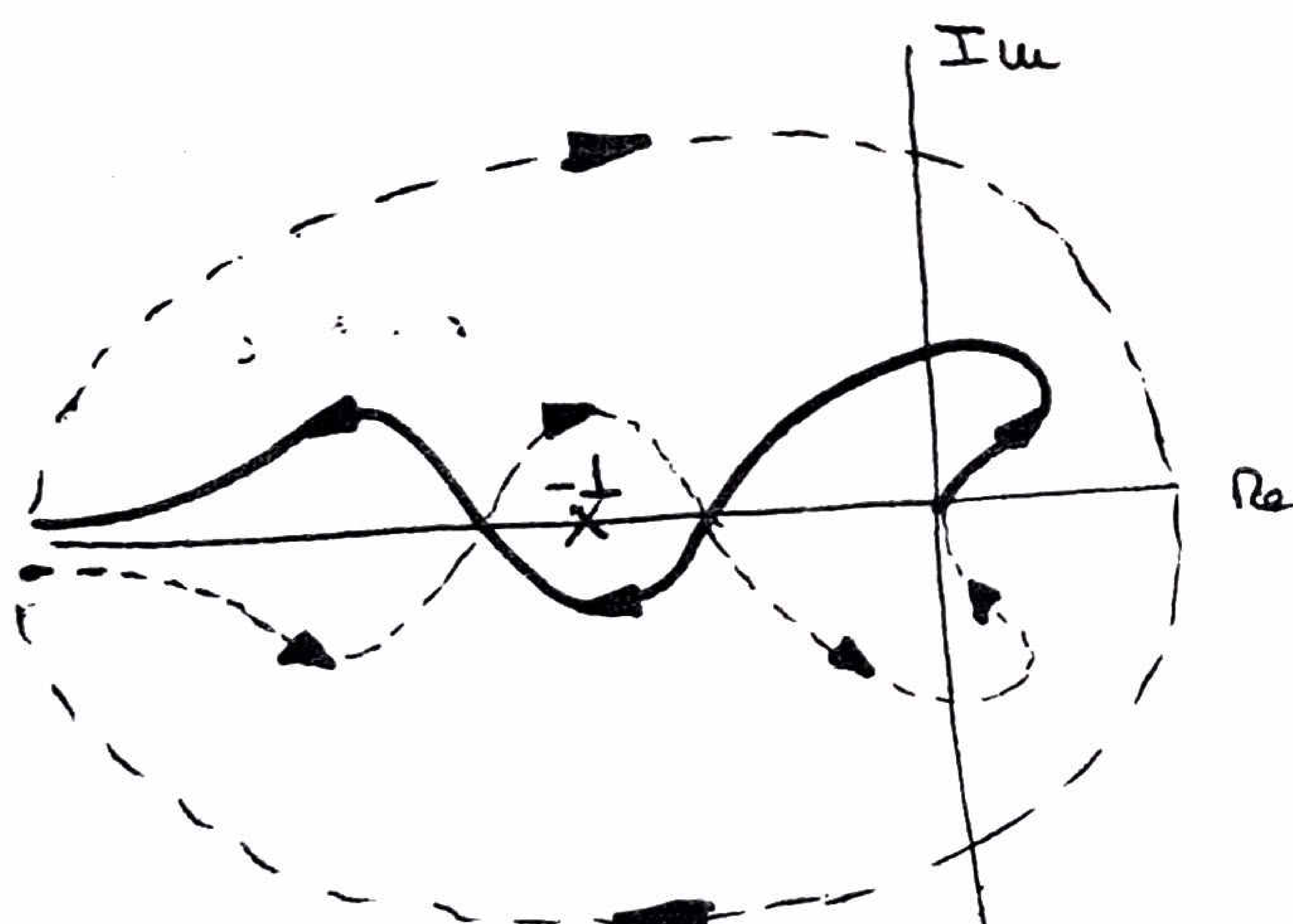


$N = Z_R - P_R = 1$

$Z_R = 1 + P_R = 1 + 1 = 2$

El sistema es inestable para todo $K_x < 0$

Determínese con el criterio de Nyquist si el sistema cuyo trazado polar inverso es el de la figura es ó no estable siendo $P'_R = 1$.



$N = Z'_R - P'_R = 2$

$Z'_R = 2 + P'_R = 3$

El sistema es inestable.

4. Dibújese para $G(s)^{-1} = \dfrac{s^2(1+0{,}5s)(1+3s)}{K_2(s-1)}$

el trazado polar inverso de Nyquist y determinar la estabilidad en bucle cerrado para $K=2$ y con realimentación unidad.

$$G(j\omega)^{-1} = \frac{\omega^2\sqrt{1+0{,}25\omega^2}\sqrt{1+9\omega^2}}{K_2\sqrt{1+\omega^2}} \quad \underline{|180^\circ + tg^{-1}0{,}5\omega + tg^{-1}3\omega - tg^{-1}(-\omega)}$$

$\omega = 0^+$ $\quad |G^{-1}(j\omega)| = 0 \quad \phi = 180 - 180 = 0$

$\omega = +\infty$ $\quad |G^{-1}(j\omega)| = \infty \quad \phi = 180 + 90 + 90 - 90 = 270^\circ$

Asíntotas y cortes con los ejes.

Asíntotas. $\lim_{\omega \to \infty} Re\left[G^{-1}(j\omega)\right] = -\infty$

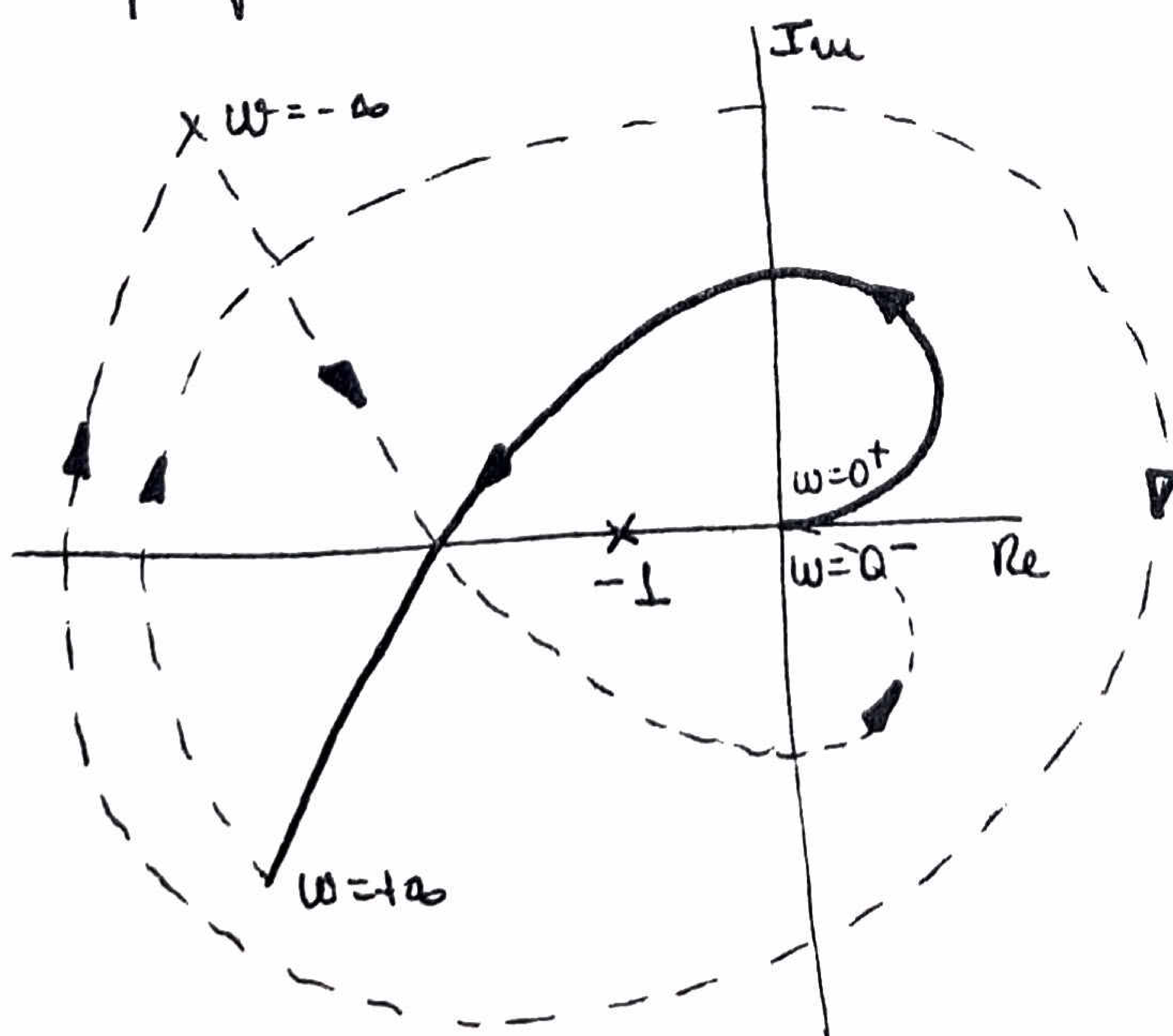
Corte con los ejes

$$\begin{cases} Im\left[G^{-1}(j\omega)\right] = 0 \quad \Rightarrow \omega^2 = 3 \\ Re\left[G^{-1}(j\omega)\right]_{\omega^2=3} = -\dfrac{42}{4K_2} = -\dfrac{42}{8} \quad \Rightarrow K_2 = 2 \end{cases}$$

$Re\left[G^{-1}(j\omega)\right] = 0 \quad \Rightarrow \omega^2 = \frac{1}{5}$

$Im\left[G^{-1}(j\omega)\right]_{\omega^2=\frac{1}{5}} =$

gráfica para $K_2 > 0$.



$N = 0$

Pero $P'_R = 1$ por lo que

$Z'_R = N + P'_R = 1$, luego el sistema es inestable.

5. Un sistema de control con realimentación unidad tiene la función $G(s)= \dfrac{K_o(1-s)}{(1+\frac{2s}{3})(1+s)}$

a) Dibujar el trazado polar de $G(j\omega)$. b) Determinar con el criterio de Nyquist el margen de valores positivos y negativos de K_o para los que el sistema es estable. c) Con el criterio de Nyquist, determinar si $C(s)/R(s)$ tiene alguna constante de tiempo mayor de 1 sg para $K_o = 1$.

Solución:

a,b)

$$G(j\omega) = \frac{3|K_o|}{\sqrt{9+4\omega^2}\sqrt{1+\omega^2}} \underline{\left| \phi_{K_o} + tg^{-1}(-\omega) - tg^{-1}\frac{2\omega}{3} - tg^{-1}\omega \right.}$$

$\omega \to 0^+$ $\quad |G(j\omega)| = |K_o| \quad \phi = \phi_{K_o}$

$\omega \to +\infty$ $\quad |G(j\omega)| = 0 \quad \phi = \phi_{K_o} - 270°$

Corte con los ejes.

$$G(j\omega) = 3K_o \frac{3-7\omega^2 + 2j\omega(\omega^2-4)}{(9+4\omega^2)(1+\omega^2)}$$

Corte con el eje real.

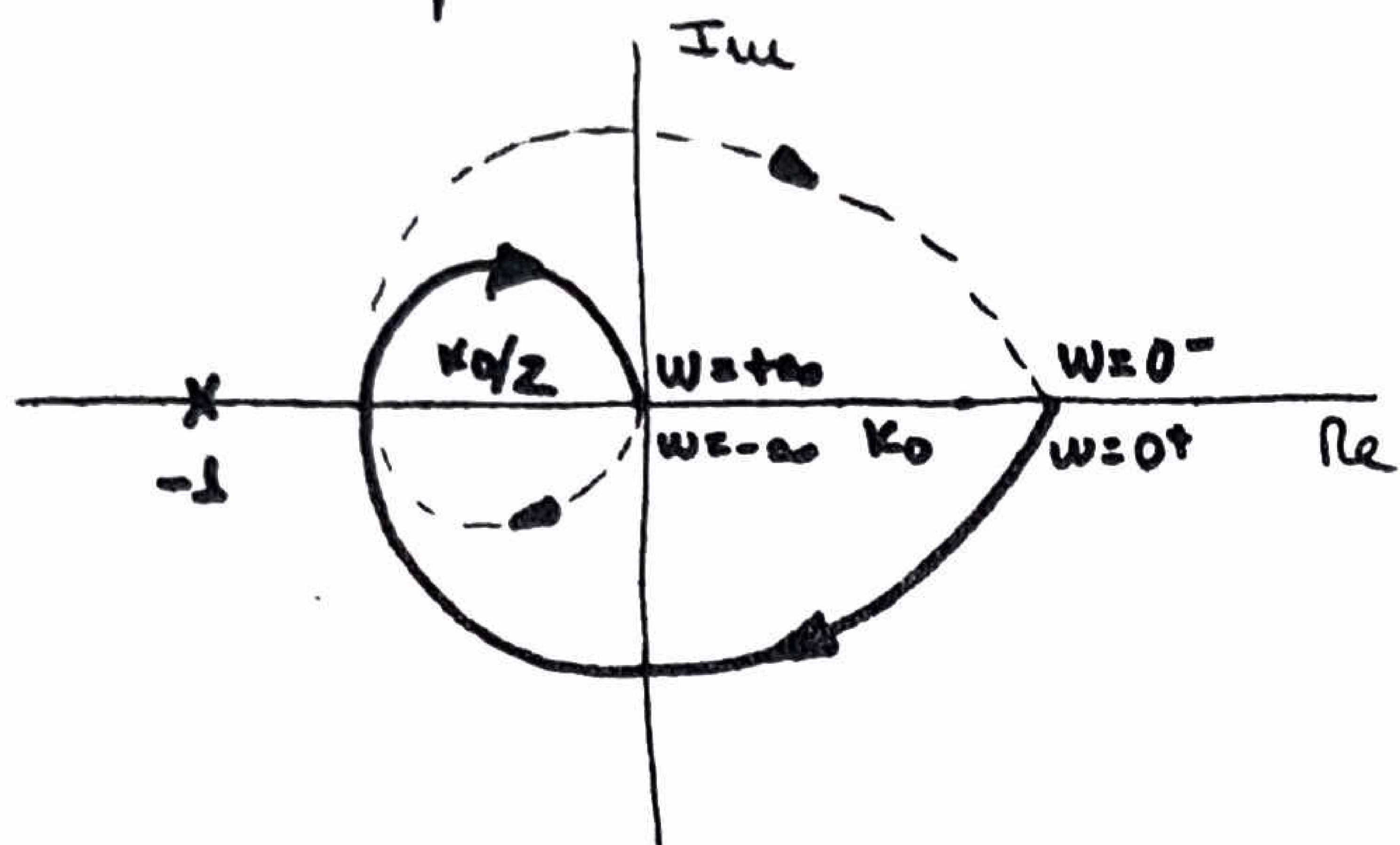
$$Im[G(j\omega)] = 0 \implies \omega^2 = 4$$

$$Re[G(j\omega)]_{\omega^2=4} = -\frac{K_o}{2}$$

Corte con el eje imaginario.

$$Re[G(j\omega)] = 0 \implies \omega^2 = \frac{3}{7}$$

Gráfica para $K_0 > 0$



$P_R = 0$

Sistema stable $\Rightarrow Z_R = 0$

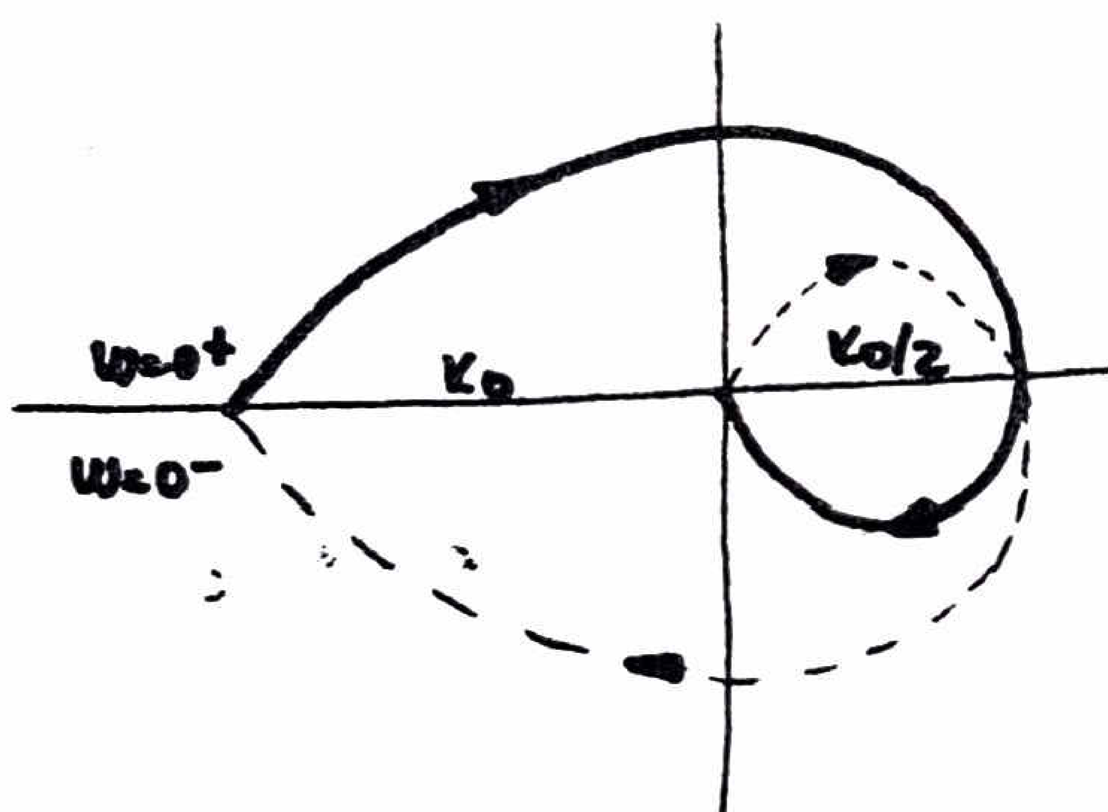
luego

$N = Z_R - P_R = 0 - 0 = 0$

El punto $-1,0$ deben star situados a la izquierda de la curva. luego

$$\frac{K_0}{2} < 1 \Rightarrow K_0 < 2$$

Gráfica para $K_0 < 0$



$N = 0 \Longrightarrow |K_0| < 1$

Por tanto, sistema stable para. $-1 < K_0 < 2$

c/ Efectuamos el cambio de variable $s = s_1 - \frac{1}{T} = s_1 - 1$

$$G(s_1) = \frac{3K_0(1 - s_1 + 1)}{(3 + 2s_1 - 2)(1 + s_1 - 1)} = \frac{3K_0(2 - s_1)}{s_1(1 + 2s_1)}$$

$$G(jw_1) = \frac{3K_0(2 - jw_1)}{jw_1(1 + 2jw_1)} = \frac{3|K_0|\sqrt{4 + w_1^2}}{w_1\sqrt{4w_1^2 + 1}} \angle \phi_{K_0} + tg^{-1}\left(-\frac{w_1}{2}\right) - 90° - tg^{-1} 2w_1$$

$w_1 = 0^+ \quad |G(jw_1)| = \infty \quad \phi = \phi_{K_0} - 90°$

$w_1 = +\infty \quad |G(jw_1)| = 0 \quad \phi = \phi_{K_0} - 270°$

Asíntotas y cortes con los ejes.

$$G(jw_1) = \frac{3K_0(2 - 2w_1^2 - 5jw_1)}{jw_1(1 + 4w_1^2)}$$

Asíntota $\Rightarrow \lim_{\omega_1 \to 0} \operatorname{Re}[G(j\omega_1)] = -15 K_0$

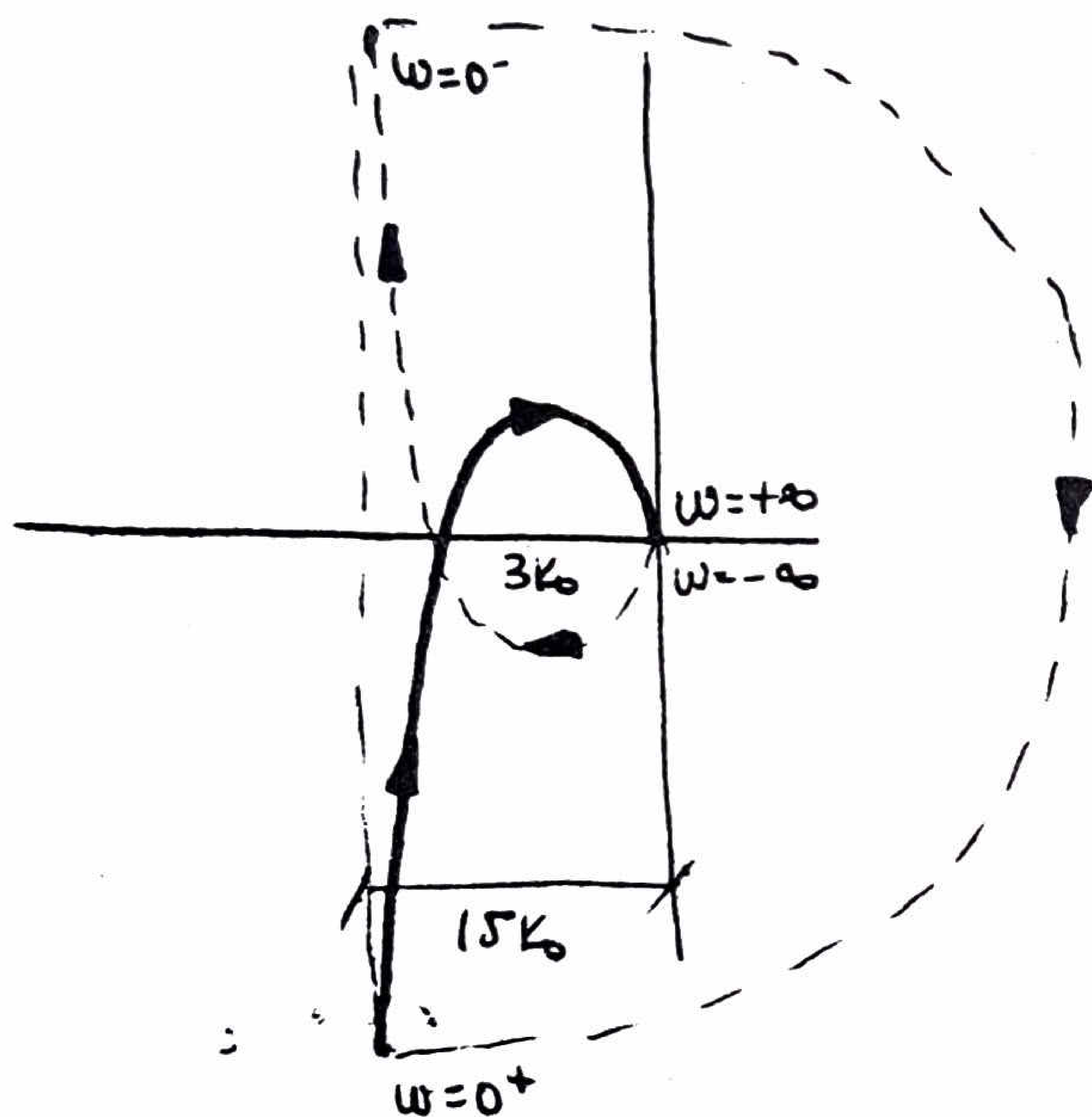
Cortes con los ejes

Eje real.-

$\operatorname{Im}[G(j\omega_1)] = 0 \Rightarrow \omega_1 = 1$

$\operatorname{Re}[G(j\omega_1)]_{\omega=1} = -3 K_0.$

Para $K_0 = 1$, se tiene.



$N = 2 = Z_R - P_R$

$P_R = 0 \Rightarrow Z_R = 2.$

Luego el sistema si tiene constante de tiempo superior a 1 sg.

1.- a) Determinar las constantes de error de posición, de velocidad y de aceleración de los siguientes servosistemas (con realimentación unidad) dados por su función de transferencia en cadena abierta.

$$G_1(s) = \frac{50}{(1+0{,}1s)(1+2s)} \qquad G_2(s) = \frac{K}{s(1+0{,}1s)(1+0{,}5s)}$$

$$G_3(s) = \frac{K}{s^2(s^2+4s+200)} \qquad G_4(s) = \frac{K(1+2s)(1+4s)}{s(s^2+2s+10)}$$

b) Determinar para cada uno de los anteriores sistemas los errores en régimen permanente para una entrada en escalón unitario, para una entrada en rampa unitaria y para una entrada en aceleración $t^2/2$.

---

a)

$$K_{1p} = \lim_{s\to 0} G_1(s) = \lim_{s\to 0} \frac{50}{(1+0{,}1s)(1+2s)} = 50$$

$$K_{1v} = \lim_{s\to 0} s\,G_1(s) = \lim_{s\to 0} s\frac{50}{(1+0{,}1s)(1+2s)} = 0$$

$$K_{1a} = \lim_{s\to 0} s^2 G_1(s) = 0$$

$$K_{2p} = \lim_{s\to 0} G_2(s) = \lim_{s\to 0} \frac{K}{s(1+0{,}1s)(1+0{,}5s)} = \infty$$

$$K_{2v} = \lim_{s\to 0} s\,G_2(s) = \lim_{s\to 0} s\frac{K}{s(1+0{,}1s)(1+0{,}5s)} = K$$

$$K_{2a} = \lim_{s\to 0} s^2 G_2(s) = \lim_{s\to 0} s^2 \frac{K}{s(1+0{,}1s)(1+0{,}5s)} = 0$$

$$K_{3p} = \lim_{s\to 0} G_3(s) = \lim_{s\to 0} \frac{K}{s^2(s^2+4s+200)} = \infty$$

$$K_{3v} = \lim_{s\to 0} s\, G_3(s) = \lim_{s\to 0} s \frac{K}{s^2(s^2+4s+200)} = \infty$$

$$K_{3a} = \lim_{s\to 0} s^2 G_3(s) = \lim_{s\to 0} s^2 \frac{K}{s^2(s^2+4s+200)} = \frac{K}{200}$$

$$K_{4p} = \infty \quad ; \quad K_{4v} = \frac{K}{10} \quad ; \quad K_{4a} = 0$$

b) Entrada escalón $r(t) = u(t)$

$$e_1(t)_{ss} = \frac{R_0}{K_{1p}+1} = \frac{1}{5\phi} \quad ; \quad e_3(t)_{ss} = \frac{R_0}{1+K_{3p}} = \frac{1}{\infty} = 0$$

$$e_2(t)_{ss} = \frac{R_0}{K_{1p}+1} = \frac{1}{\infty} = 0 \quad ; \quad e_4(t)_{ss} = \frac{R_0}{K_{4p}+1} = \frac{1}{\infty} = 0$$

Entrada rampa $r(t) = t\,u(t)$.

$$e_1(t)_{ss} = \frac{R_1}{K_{1v}} = \frac{1}{0} = \infty \qquad e_3(t)_{ss} = \frac{R_1}{K_{3v}} = \frac{1}{\infty} = 0$$

$$e_2(t)_{ss} = \frac{R_1}{K_{2v}} = \frac{1}{K} \qquad e_4(t)_{ss} = \frac{R_1}{K_{4v}} = \frac{1}{K/10} = \frac{10}{K}.$$

Entrada parabola $r(t) = \frac{t^2}{2}$

$$e_1(t)_{ss} = \frac{2R_2}{K_{1a}} = \frac{1}{0} = \infty \qquad e_3(t)_{ss} = \frac{2R_2}{K_{3a}} = \frac{1}{K/200} = \frac{200}{K}$$

$$e_2(t)_{ss} = \frac{2R_2}{K_{2a}} = \frac{1}{0} = \infty \qquad e_4(t)_{ss} = \frac{2R_2}{K_{4a}} = \frac{1}{0} = \infty$$

4] La función de transferencia de un servosistema con realimentación unidad es

$$G(s) = \frac{500}{s(1+0,1s)}.$$

Calcular el desarrollo en serie del error del sistema. Determinar el error en régimen permanente del sistema cuando aplicamos las siguientes entradas.

a) $r(t) = \frac{t^2 u(t)}{2}$

b) $r(t) = 1 + 2t + t^2 \qquad t > 0$

a)

$$e(t)_p = c_0\, r_p(t) + c_1\, r'_p(t) + \frac{c_2}{2!}\, r''_p(t)$$

$$W(s) = \frac{1}{1+G(s)} = \frac{1}{1+\frac{500}{s(1+0,1s)}} = \frac{s(1+0,1s)}{s(1+0,1s)+500}$$

$$c_0 = \lim_{s\to 0} W(s) = \lim_{s\to 0} \frac{s(1+0,1s)}{s(1+0,1s)+500} = 0$$

$$c_1 = \lim_{s\to 0} \frac{dW(s)}{ds} = \frac{1}{500}$$

$$c_2 = \lim_{s\to 0} \frac{d^2W(s)}{ds^2} = \frac{98}{500^2}$$

Por tanto, para

$$r_p(t) = \frac{t^2 u(t)}{2} \quad , \quad r'_p(t) = t \quad , \quad r''_p(t) = 1$$

$$e(t)_p = \frac{1}{500}t + \frac{98}{500^2 \times 2}\cdot 1 = \frac{1}{500}\left(t + \frac{98}{1000}\right)$$

b) Para

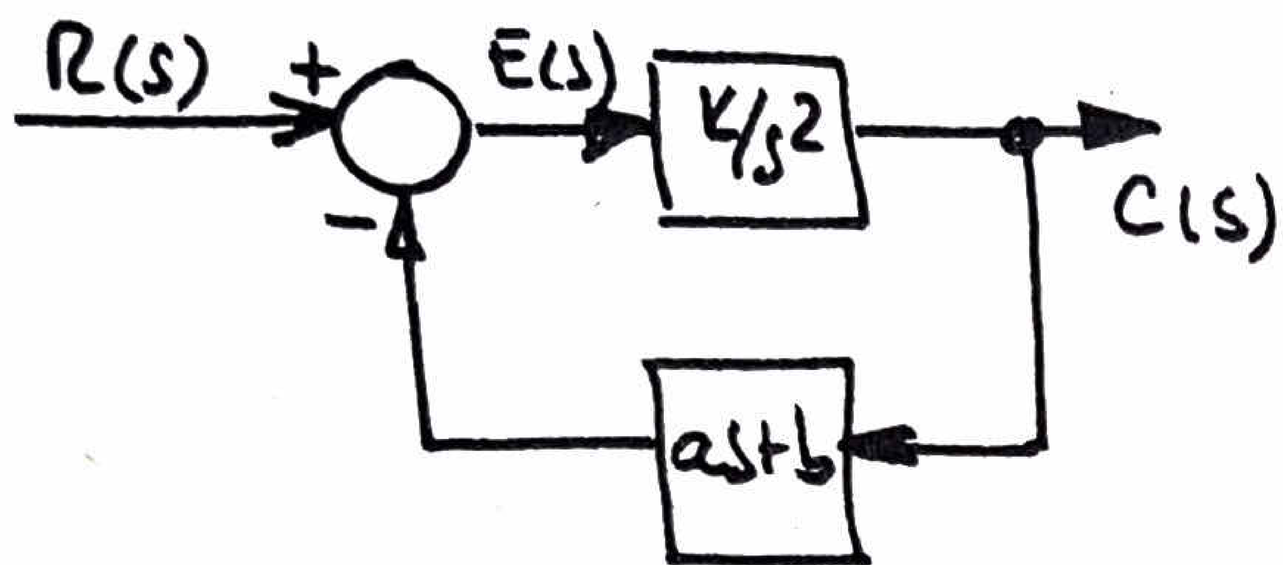
$r_p(t) = 1 + 2t + t^2$, $r'_p(t) = 2 + 2t$, $r''_p(t) = 2$

$$e(t)_p = \frac{1}{500}(2 + 2t) + \frac{98}{2 \times 500^2} \cdot 2 = \frac{2}{500}\left(t + \frac{599}{500}\right)$$

3) En el servosistema de la figura, se pide:

a) Desarrollo en serie del error.

b) Determinar el error en régimen permanente cuando la entrada es $r(t) = (1 + 2t + t^2)\,u(t)$.



a) $$e_{(t)_p} = C_0\, r_{(t)_p} + C_1\, r'_{(t)_p} + \frac{C_2}{2!} r''_{(t)_p} + \frac{C_3}{3!} r'''_{(t)_p} + \text{———}$$

$r_{(t)_p} = 1 + 2t + t^2$,, $r'_{(t)_p} = 2 + 2t$,, $r''_{(t)_p} = 2$

$$W(s) = \frac{1}{1 + GH} = \frac{1}{1 + \frac{K(as+b)}{s^2}} = \frac{s^2}{s^2 + Kas + Kb}$$

$$C_0 = \lim_{s \to 0} W(s) = 0$$

$$C_1 = \lim_{s \to 0} \frac{dW(s)}{ds} = 0$$

$$C_2 = \lim_{s \to 0} \frac{d^2W(s)}{ds^2} = \frac{2}{Kb}$$

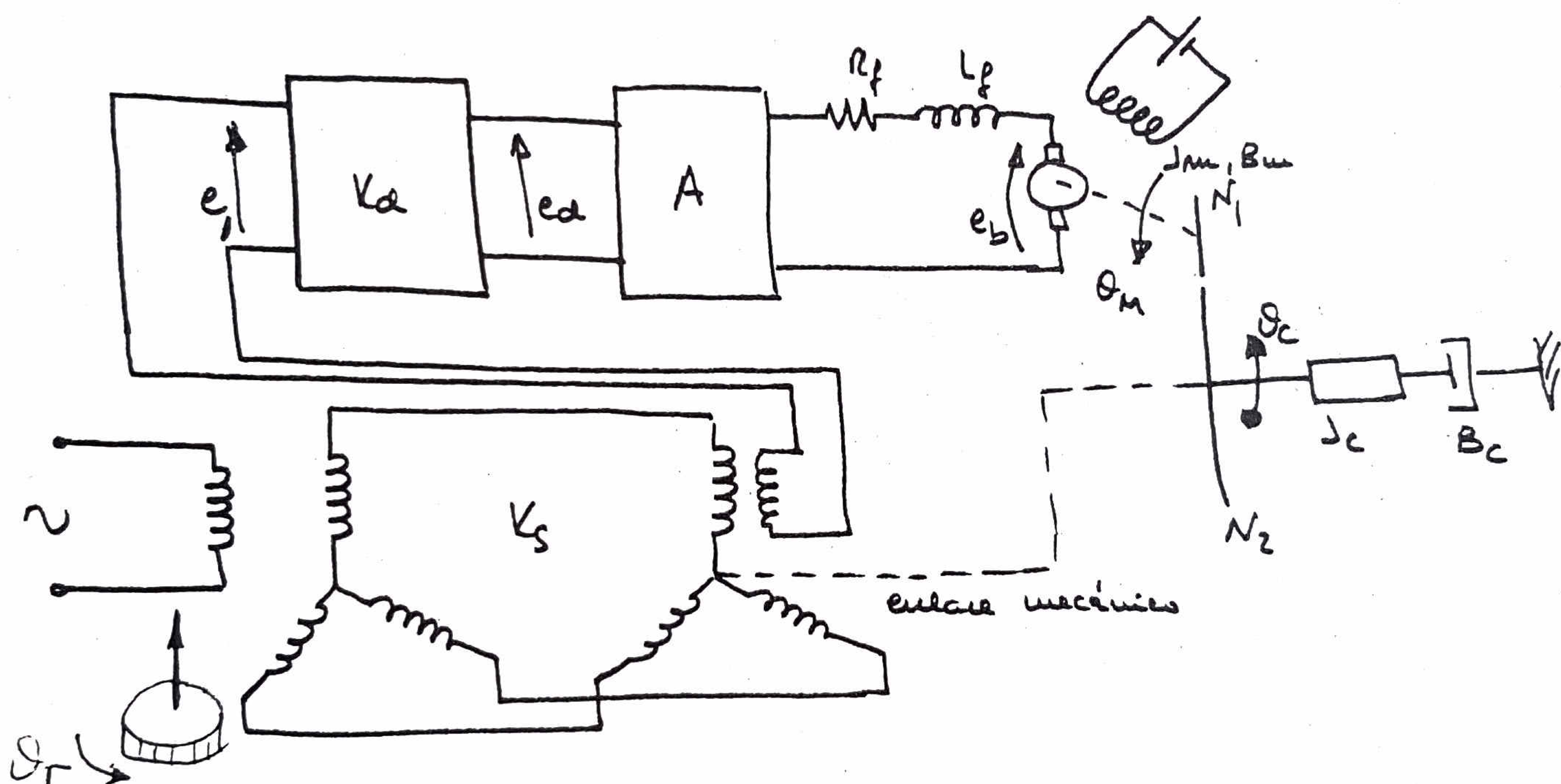
$$e_{(t)_p} = \frac{C_2}{2!} r''_{(t)_p} = \frac{1}{2!}\,\frac{2}{Kb} \cdot 2 = \frac{2}{Kb}$$

2

4]

Dado el sistema de la figura, se pide:

Para una entrada en rampa $r(t) = t\,u(t)$, ¿cuál será el valor mínimo de A tal que el valor en régimen permanente de la respuesta $\theta_c(t)$ siga a la señal de entrada con un error de posición que no exceda de 0,0186 radianes? Calcular, para esta ganancia, la salida $\theta_c(t)$.

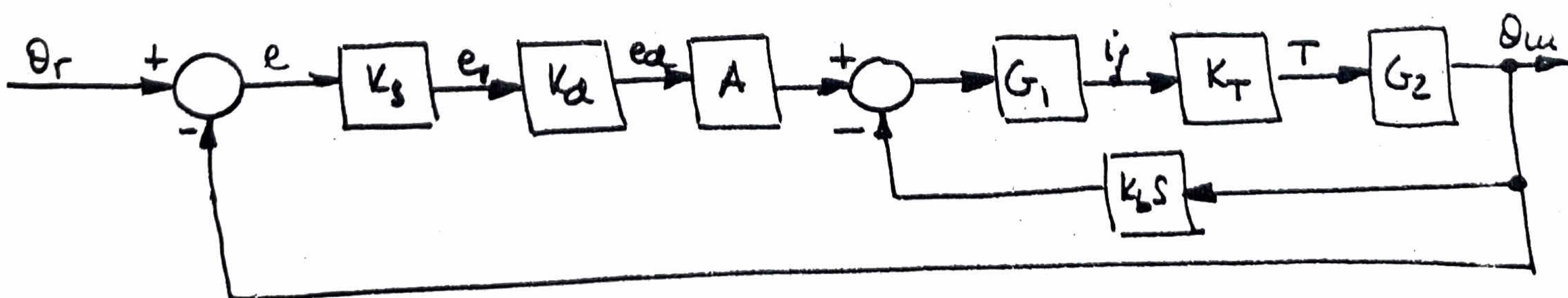


$K_s = 1$ v/rad. $\quad J_m = 0{,}068$ Nm s^2 $\quad L_f = 0$ $\quad N_1/N_2 = 1$

$J_c = 0{,}068$ Nm s^2 $\quad B_m = 0$ $\quad R_f = 10\,\Omega$

$B_c = 0{,}0068$ Nm seg/rad $\quad K_T = 1{,}36$ Nm/A $\quad K_d = 1$

Establezcamos el diagrama de bloques



en donde.

$$G_1 = \frac{1}{R_f + L_f S} = \frac{K_f}{1 + T_f S} \quad ;; \quad K_f = \frac{1}{R_f} \quad ;; \quad T_f = \frac{L_f}{R_f} = 0$$

$$G_1 = \frac{1}{R_f} = \frac{1}{10}$$

Cálculo de G_2.

$$T = \left[(J_m + J_c) D^2 + (B_m + B_c) D \right] \theta_M$$

$$G_2 = \frac{\theta_m}{T} = \frac{1}{(J_m + J_c) s^2 + (B_m + B_c) s} = \frac{K_c}{s(1 + T_m s)} \quad ;; \quad K_c = \frac{1}{B_c} \quad T_m = \frac{2 J_m}{B_c} = 10$$

ya que $J_m = J_c$ y $B_m = 0$.

La función de transferencia en lazo abierto es:

$$GH = K_s K_a A \frac{G_1 K_T G_2}{1 + G_1 K_T G_2 K_b S} = K_s K_a A \frac{\frac{1}{R_f} K_T \frac{K_c}{s(1+T_m s)}}{1 + \frac{1}{R_f} K_T \frac{K_c}{s(1+T_m s)} K_b S} =$$

$$= \frac{K_s K_a A K_T K_c}{s \left[R_f (1 + T_m s) + K_T K_b K_c \right]}$$ Sistema tipo 1

$$K_v = \lim_{s \to 0} \lim_{s \to 0} s \, GH = \frac{K_s K_a A K_T K_c}{R_f + K_T K_b K_c}$$

$$e(t)_{ss} = \frac{R_1}{K_v} = \frac{1}{K_v} = \frac{R_f + K_T K_b K_c}{K_s K_a A K_T K_c}$$ ya que $R_1 = 1$

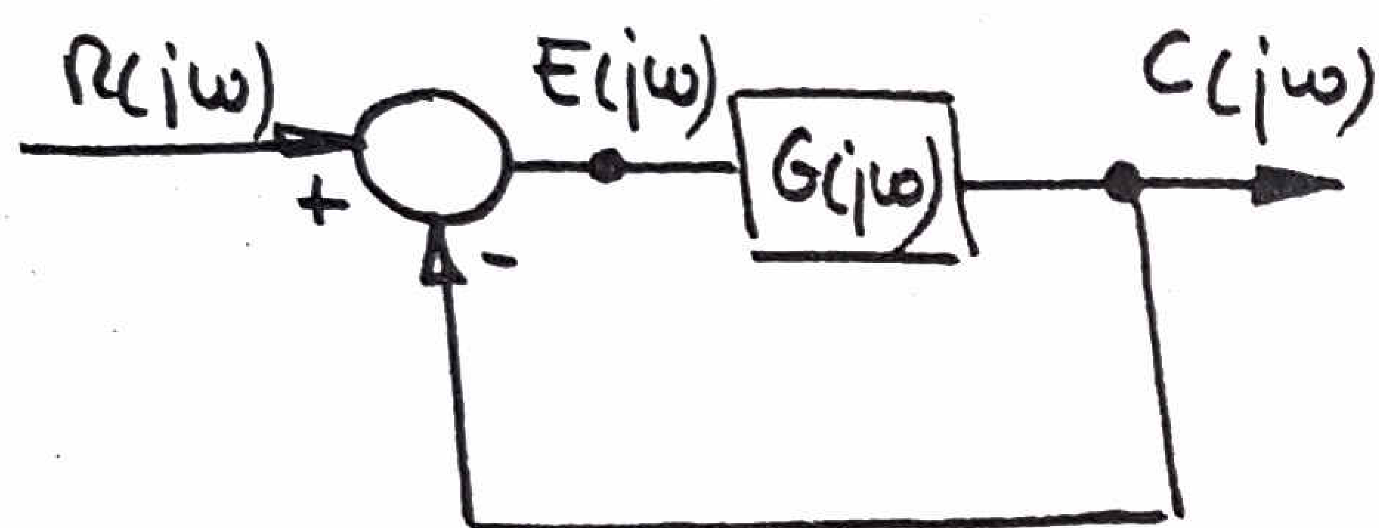
$$A_{min} = \frac{R_f + K_T K_b K_c}{K_s K_a K_T K_c \, e(t)_{ss\,max}}$$

$$\theta_{c_{ss}} = -\theta_{m_{ss}} = -(\theta_r - e(t)_{ss}) = e(t)_{ss} - \theta_r = 0{,}0186 - t \quad \text{radians.}$$

5) Dado un sistema con realimentación unidad en donde $G(s) = \frac{500}{s(1+0,1s)}$

Aplicamos a este sistema una entrada $r(t) = \text{sen}\, 5t$ en el instante $t=0$. Calcular el error en régimen permanente así como la salida permanente.

Con señal de entrada sinusoidal y, en régimen permanente, el sistema será:



$$E(j\omega) = \frac{1}{1+G(j\omega)} R(j\omega) = \frac{1}{1+\frac{500}{j\omega(1+j0,1\omega)}} R(j\omega)$$

$$r(t) = \text{sen}\, 5t \Rightarrow R(j\omega) = \text{Im}\left[e^{j5t}\right]$$

$$E(j5) = \text{Im}\left[\frac{j5(1+j0,5)}{j5(1+j0,5)+500} e^{j5t}\right] = 0,011\ \text{sen}(5t - 116°)$$

$$e(t)_{ss} = 0,011\ \text{sen}(5t - 116°)$$

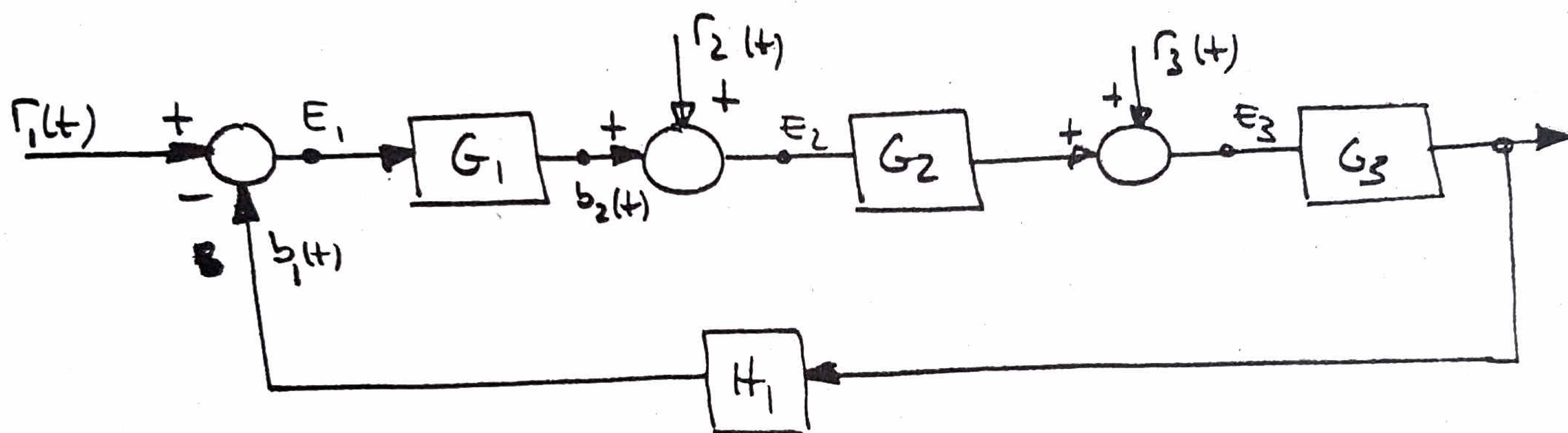
$$c(t)_{ss} = r(t)_{ss} - e(t)_{ss} = \text{sen}\, 5t - 0,011\ \text{sen}(5t - 116°)$$ //

6)

El sistema de la figura es stable. Se pide:

a) Tipo de sistema, calculando los coeficientes de error para los tres tipos de entradas básicas.

b) Calcular las señales E_1, E_2 y E_3 obtenidas con cada una de las señales de entrada, independientemente de las restantes, en régimen permanente. Obtener la señal de salida total en régimen permanente.



$r_1(t) = 4\,u(t)$

$r_2(t) = 2t^2 u(t)$

$r_3(t) = t\,u(t)$

$G_1 = \dfrac{2}{s(s+2)^2}$ $\qquad G_3 = \dfrac{1}{s(s+3)}$

$G_2 = \dfrac{4}{2s+1}$ $\qquad H_1 = \dfrac{3}{1+s}$

a) Tipo de sistema.

$$G_1 G_2 G_3 H_1 = \frac{2}{s(s+2)^2}\,\frac{4}{2s+1}\,\frac{1}{s(s+3)}\,\frac{3}{1+s} = \frac{24}{s^2(s+2)^2(2s+1)(s+3)}$$

Sistema tipo 2.

$K_p = \infty \quad ,, \quad K_v = \infty$

$$K_a = \lim_{s\to 0} s^2 G_1 G_2 G_3 H_1 = \lim_{s\to 0} \frac{s^2\, 24}{s^2 (s+2)^2(2s+1)(s+3)} = \frac{24}{4 \times 3} = 2$$

$$e_1(t)_{ss} = \frac{R_1}{1+K_p} = \frac{4}{\infty} = 0 \qquad \text{debido a } r_1(t)$$

$$e_2(t)_{ss} = \frac{2R_2}{K_a} = \frac{4}{2} = 2 \qquad \text{debido a } r_2(t)$$

$$e_3(t) = \frac{R_3}{K_v} = \frac{1}{\infty} = 0 \qquad \text{debido a } r_3(t)$$

Veamos ahora las salidas producidas por cada uno de estos errores.

Para $e_1(t)_{ss} \Rightarrow c_1(t)_{ss}$, hacemos.

$$G_1 G_2 G_3 = \frac{2}{s(s+2)^2} \frac{4}{2s+1} \frac{1}{s(s+3)} = \frac{8}{12s^2(1+0{,}5s)^2(1+2s)}$$

$$e_1(t)_{ss} = \frac{D^m c_1(t)_{ss}}{K_m}, \qquad m=2, \quad K_m = 8/12 = \frac{2}{3}$$

$$c_1(t)_{ss} = \iint 0 \cdot (dt)^2 = \int C_0\,dt = C_0 t + C_1$$

Cálculo de C_0 y C_1.

$$c_1(t)_{ss} = \frac{D^e b_1(t)_{ss}}{K_e} \quad " \quad \left. \begin{array}{l} e = 0 \\ K_e = 3 \end{array} \right\} H(s) = \frac{3}{1+s}$$

$$b_1(t)_{ss} = 3\,c_1(t)_{ss} = 3C_0 t + 3C_1$$

$$r_1(t)_{ss} - b_1(t)_{ss} = e_1(t)_{ss} \Rightarrow \quad b_1(t)_{ss} = 4 - 0 = 3C_0 t + 3C_1$$

por lo que $\left| \begin{array}{l} C_0 = 0 \\ C_1 = 4/3. \end{array} \right.$

Por tanto:

$$c_1(t)_{ss} = \frac{4}{3}$$

Para $e_2(t)_{ss} \Rightarrow c_2(t)_{ss}$, tenemos

$$G_2 G_3 = \frac{4}{2s+1}\,\frac{1}{s(s+3)} = \frac{4}{3}\,\frac{1}{s(1+2s)(1+s/3)}$$

$$e_2(t)_{ss} = \frac{D^m c(t)_{ss}}{K_m} \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ K_m = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$c_2(t)_{ss} = \int \frac{4}{3}\cdot 2\,dt = \frac{8}{3}t + C_0$$

Cálculo de C_0

$$H_1 G_1 = \frac{2}{s(s+2)^2}\,\frac{3}{1+s} = \frac{6}{s(s+2)^2(1+s)}$$

$$\frac{6}{(D+1)(D+2)^2}\left(\frac{8}{3}t + C_0\right) = D b_2(t)_{ss}$$

$$\frac{1}{(D+1)(D+2)^2}\left(\frac{8}{3}t + C_0\right) = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}D\right)\left(\frac{8}{3}t + C_0\right) = \frac{2}{3}t + \frac{1}{4}C_0 - \frac{4}{3} = \frac{D\, b_2(t)_{ss}}{6}$$

$$b_2(t)_{ss} = \int \left(4t + \frac{3}{2}C_0 - 8\right)dt = 2t^2 + \frac{3}{2}C_0 t - 8t + C_1$$

$$r_2(t)_{ss} - e_2(t)_{ss} = b_2(t)_{ss}$$

$$2t^2 - 2 = 2t^2 + \frac{3}{2}C_0 t - 8t + C_1 \Rightarrow \begin{cases} C_0 = \frac{16}{3} \\ C_1 = -2 \end{cases}$$

Por tanto, $c_2(t)_{ss} = \frac{8}{3}t + \frac{16}{3} = \frac{8}{3}(t+2)$

Para $e_3(t)_{ss} \Rightarrow c_3(t)_{ss}$, tenemos

$$G_3 = \frac{1}{s(s+3)} = \frac{1/3}{s(1+s/3)}$$

$$e_3(t)_{ss} = \frac{D\, c_3(t)_{ss}}{1/3} \Rightarrow c_3(t)_{ss} = C_0$$

Cálculo de C_0.

$$H_1 G_1 G_2 = \frac{6}{s(1+0{,}5s)^2(1+s)(1+2s)}$$

$$c_3(t)_{ss} = \frac{D b_3(t)_{ss}}{6}$$

$$b_3(t)_{ss} = \int 6 C_0 \, dt = 6 C_0 t + C_1$$

$$b_3(t)_{ss} = r_3(t)_{ss} - e_3(t)_{ss} = t = 6 C_0 t + C_1$$

$$C_0 = \frac{1}{6} \quad ; \quad C_1 = 0$$

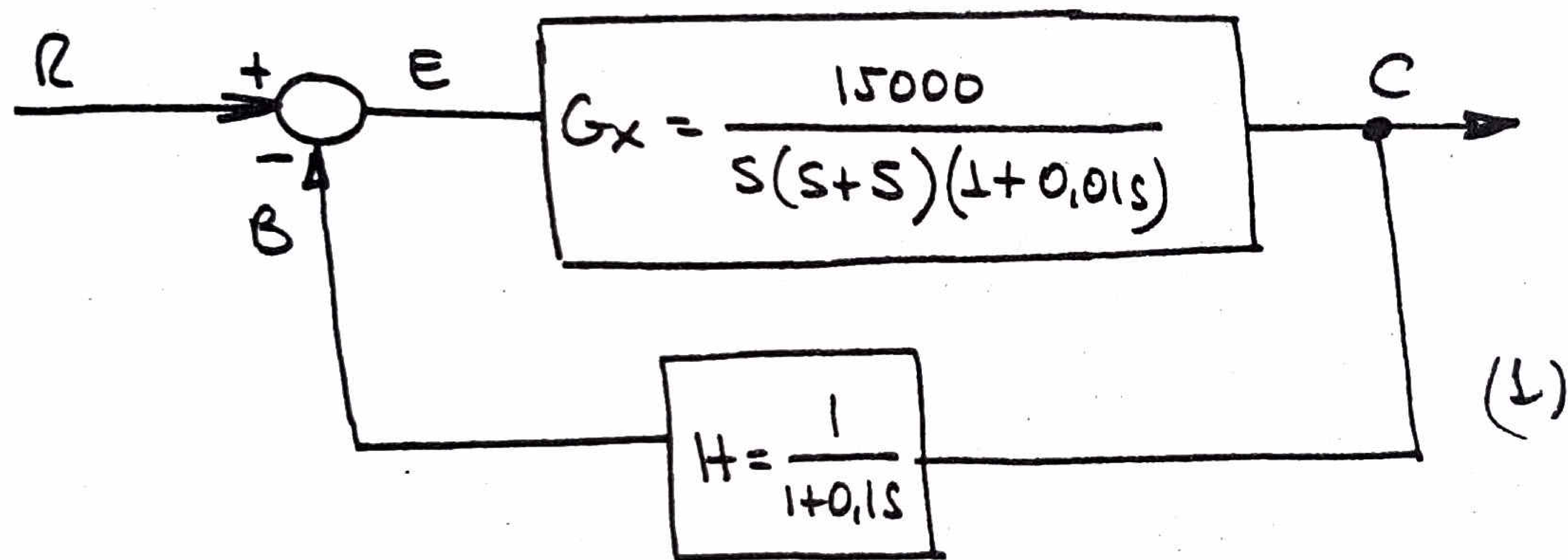
Por tanto:

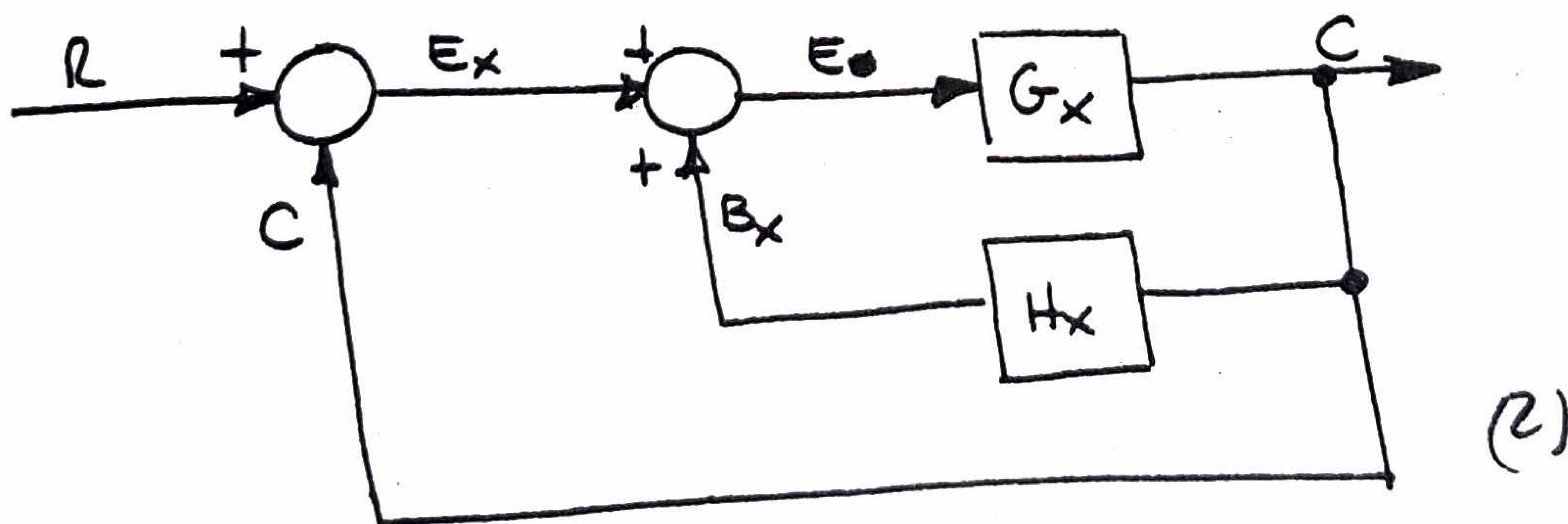
$$c_3(t)_{ss} = \frac{1}{6}$$

Y, la salida total será

$$c(t)_{ss} = c_1(t)_{ss} + c_2(t)_{ss} + c_3(t)_{ss} = \frac{4}{3} + \frac{8}{3}(t+2) + \frac{1}{6}$$

7) a) Determinar la función de Transferencia en bucle abierto de la figura 1. b) Determinar la función de transferencia total. c) La figura 2 es un diagrama equivalente a 1. ¿Cuál debe ser la función $H_x(s)$ para que ambos diagramas sean equivalentes? d) ¿Qué tipo de sistema representa el diagrama 2.? e) Determinar los coeficientes de error para el diagrama 2. f) Si $r(t) = u(t)$, determinar el valor final de $c(t)$. g) ¿Cuáles son los valores de $e_x(t)_{ss}$ y $e(t)_{ss}$?





a)

$$G_x H = \frac{15000}{s(s+5)(1+0{,}01s)(1+0{,}1s)}$$

b)

$$\frac{C}{R} = \frac{15000\,(1+0{,}1s)}{s(s+5)(1+0{,}01s)(1+0{,}1s) + 15000}$$

c) $\frac{C}{R} = \frac{G_x}{1 + G_x H}$ en diagrama 1

$$\frac{C}{R} = \frac{\frac{G_x}{1 - G_x H_x}}{1 + \frac{G_x}{1 - G_x H_x}} = \frac{G_x}{1 + G_x(1 - H_x)}$$ en diagrama 2

Para que sean equivalentes $\Rightarrow$ $G_x H = G_x(1 - H_x)$

$$H = 1 - H_x \Rightarrow H_x = 1 - H = 1 - \frac{1}{1+0,1S} = \frac{0,1S}{1+0,1S}$$

d) Tipo de sistema representado por el diagrama 2

$$\frac{G_x}{1 - G_x H_x} = \frac{\frac{15000}{s(s+5)(1+0,01s)}}{1 - \frac{15000}{s(s+5)(1+0,01s)} \frac{0,1S}{1+0,1S}} = \frac{15000\,(1+0,1s)}{s(s+5)(1+0,01s)(1+0,1s) - 1500S} =$$

$$= \frac{15000\,(1+0,1s)}{s\left[(s+5)(1+0,01s)(1+0,1s) - 1500\right]}$$ sistema tipo 1.

e) $K_{P_2} = \lim_{s \to 0} \frac{G_x}{1 - G_x H_x} = \infty$

$$K_{v_2} = \lim_{s \to 0} s \frac{G_x}{1 - G_x H_x} = \frac{15000}{5 \times 0,01 \times 0,1 - 1500} \simeq -10$$

$K_{a_2} = 0$

f) $r(t) = u(t)$

$$e(t)_{ss} = \frac{R_0}{1 + K_{P_1}} = \frac{1}{\infty} = 0$$ en el diagrama 1. y en el 2

$c(t)_{ss} = C_0$

$b(t)_{ss} = C_0$

$r(t)_{ss} - e(t)_{ss} = b(t)_{ss} \Rightarrow C_0 = 1$

Por tanto.

$$c(t)_{ss} = 1.$$

g) Cálculo de $e_x(t)_{ss}$.

$$e_x(t)_{ss} = \frac{R_0}{1 + K_{p_2}} = \frac{1}{\infty} = 0$$

8] Un sistema con realimentación unitaria tiene una

$$G(s) = \frac{K_1}{s(s+1)(0{,}5s+1)}$$

y $r(t) = 5t$. a) Si $K_1 = 1{,}5\ sg^{-1}$, determinar $e(t)_{ss}$.
b) Se desea que para una entrada en rampa $e(t)_{ss} \leq 0{,}5$.
¿qué valor mínimo de K_1 es el que satisface esta condición? c) Para el valor hallado de K_1 ¿es estable ó no el sistema?

$$e(t)_{ss} = \frac{R_1}{K_v}$$

$$K_v = \lim_{s \to 0} s\,GH = \lim_{s \to 0} s \frac{K_1}{s(s+1)(0{,}5s+1)} = K_1$$

$$e(t)_{ss} = \frac{R_1}{K_1} = \frac{5}{1{,}5} = 3{,}33$$

b)

$$K_{1_{min}} = \frac{R_1}{e(t)_{ss\,max}} = \frac{5}{0{,}5} = 10\ sg^{-1}$$

c) Determinamos la estabilidad por Routh.

$$\frac{G(s)}{1 + GH(s)} = \frac{\dfrac{K_1}{s(s+1)(0{,}5s+1)}}{1 + \dfrac{K_1}{s(s+1)(0{,}5s+1)}} = \frac{K_1}{s(s+1)(0{,}5s+1) + K_1}$$

Estudiamos el polinomio del denominador para

$K_1 = 10$

$$s(s+1)(0{,}5s+1) + K_1 = s(s+1)(0{,}5s+1) + 10 = 0$$

$$0{,}5s^3 + 1{,}5s^2 + s + 10 = 0$$

s^3	0,5	1
s^2	1,5	10
s^1	$-\frac{7}{3}$	
s^0	10	

Hay dos cambios de signo en la primera columna por lo que el polinomio tiene dos raices con parte real positiva y el sistema es inestable para $K_1 = 10$.

1) Se tiene un sistema cuya función de transferencia total es:

$$\frac{C}{R} = \frac{1}{s\left[(s^4+2s^3+3s^2+s+1)+K(s+1)\right]}$$

K es real, pero puede ser positivo ó negativo.
Encuéntrese el margen de valores de K para que el sistema no tenga ningún <u>polo</u> con parte real positiva.

Estudiemos por Routh el polinomio del denominador

$$P(s) = s\left[(s^4+2s^3+3s^2+s+1)+K(s+1)\right] = 0$$

Una raíz de este polinomio es $s=0$ que no considerararemos a partir de ahora. Estudiemos el polinomio restante.

$$s^4+2s^3+3s^2+s+1+K(s+1) = s^4+2s^3+3s^2+(1+K)s+1+K=0$$

C.N. Todos los coeficientes positivos, por lo que

$$1+K>0 \quad \Rightarrow \quad \underline{K>-1}$$

C.S. Formemos la tabla

s^4	1	3	1+K
s^3	2	1+K	
s^2	$\frac{5-K}{2}$	1+K	
s^1	$\frac{1-K^2}{5-K}$		
s^0	1+K		

Los elementos de la primera columna deben ser todos positivos, por lo que:

$$\frac{5-K}{2} > 0 \Rightarrow 5-K>0 \Rightarrow \underline{K<5}$$

$$\frac{1-K^2}{5-K} > 0 \Rightarrow 1-K^2>0 \quad \text{ya que} \quad 5-K>0$$

$$1-K^2>0 \Rightarrow K^2<1 \Rightarrow \underline{-1<K<1}$$

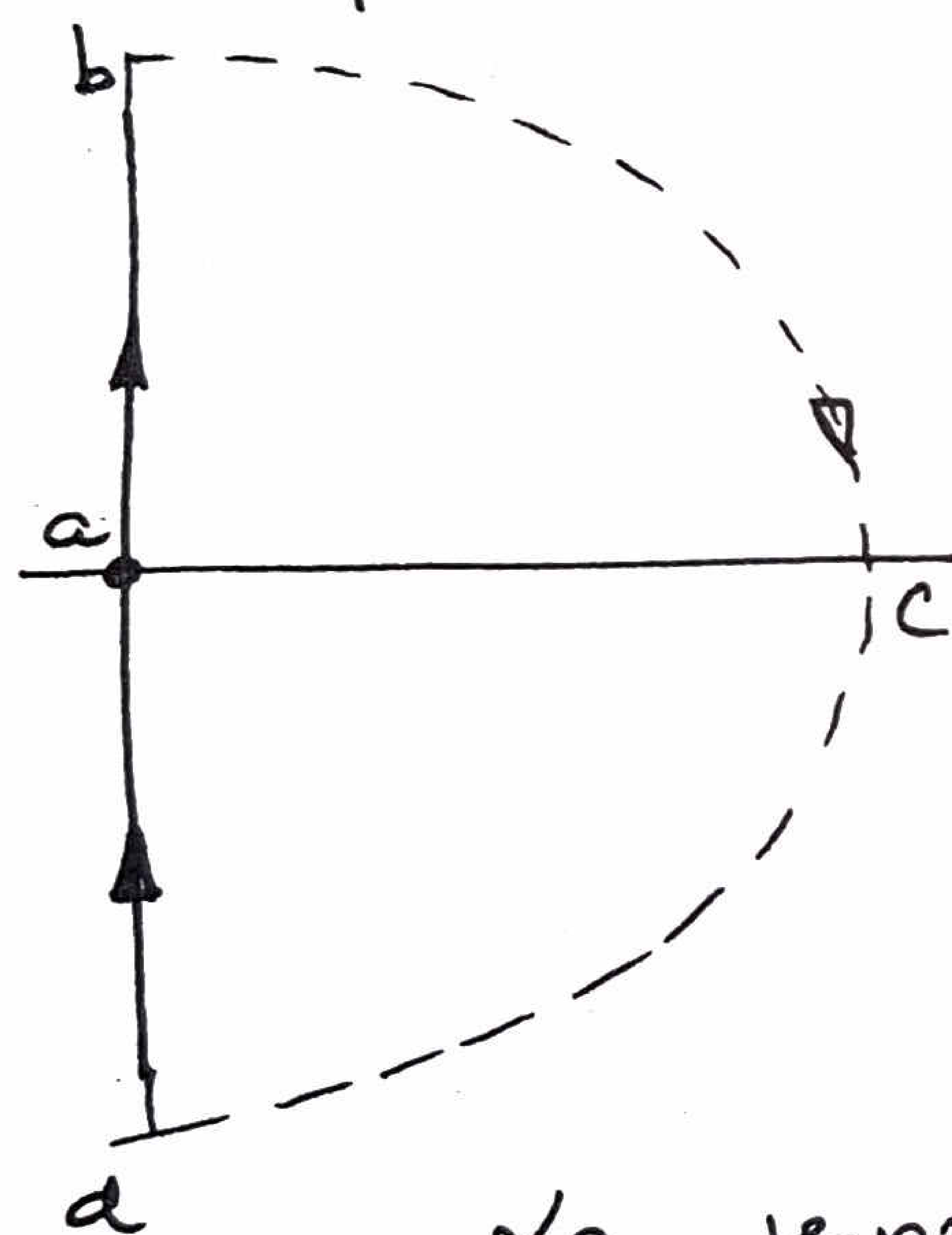
De las tres relaciones halladas:

$$\left.\begin{array}{l} K>-1 \\ K<5 \\ -1<K<1 \end{array}\right\} \text{se desprende} \Rightarrow \underline{\underline{-1<K<1}}$$

11) Dibújese el lugar de Nyquist para determinar la estabilidad de los sistemas, cuyas funciones de transferencia se dan. Determinar los valores de K que corresponden a un funcionamiento estable y los correspondientes a la inestabilidad. $[H(s) = 1]$.

a) $$G(s) = \frac{K}{1+s}$$

Trayecto de Nyquist.



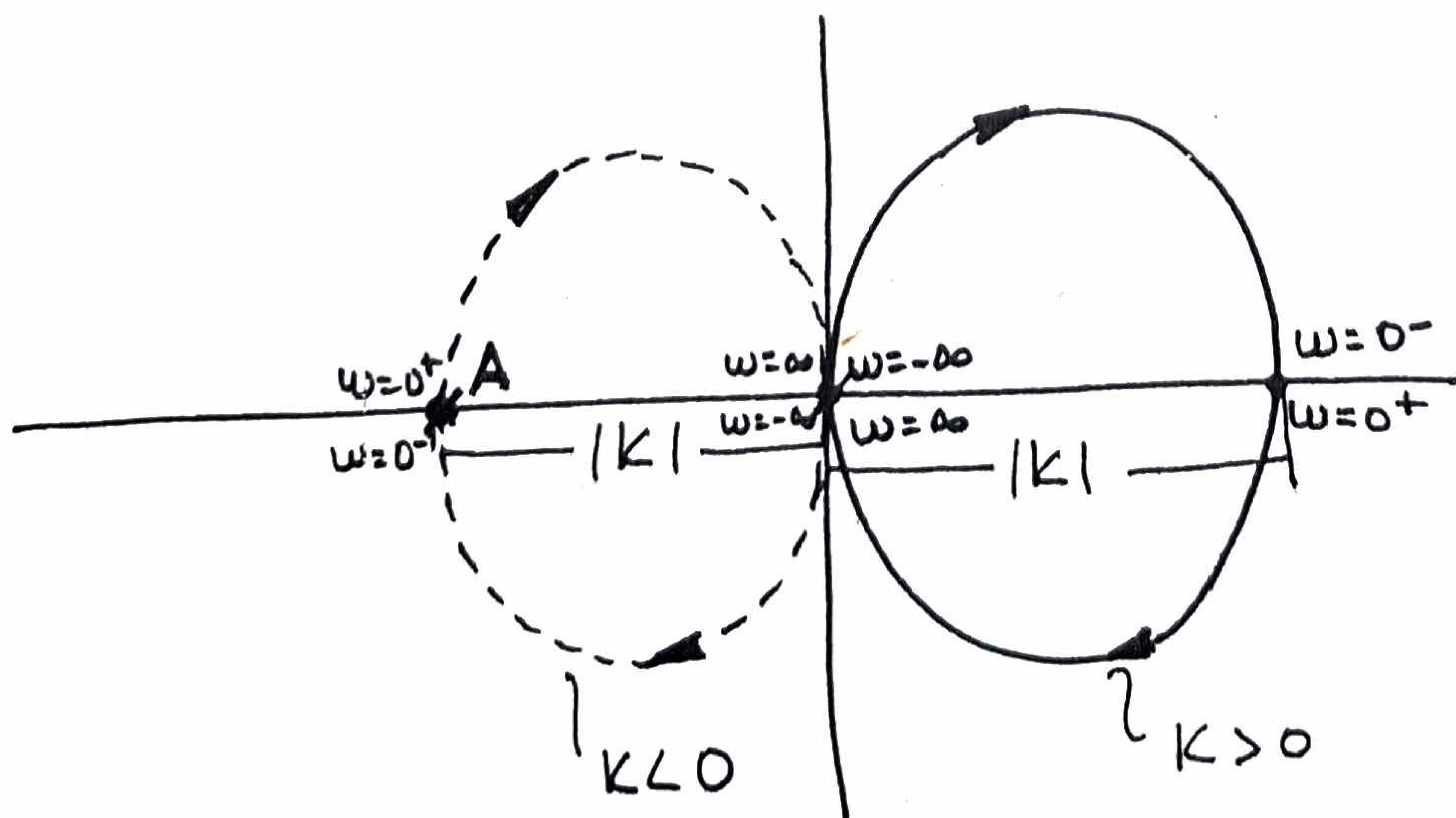
Tramo ab) $s = j\omega$

$$G(j\omega) = \frac{K}{1+j\omega} = \frac{|K|}{\sqrt{1+\omega^2}} \underline{|\phi_K - tg^{-1}\omega}$$

$|G(j\omega)|_0 = |K|$ $\quad \phi = \phi_K$

$|G(j\omega)|_\infty = 0$ $\quad \phi = \phi_K - 90°$

La representación para todo el trayecto, tanto para K positivas y negativas está indicada en la figura.



Para que el sistema sea estable, se debe verificar:

$Z = 0$ y como $P = 0 \Rightarrow$

$N = Z - P \Rightarrow N = 0$

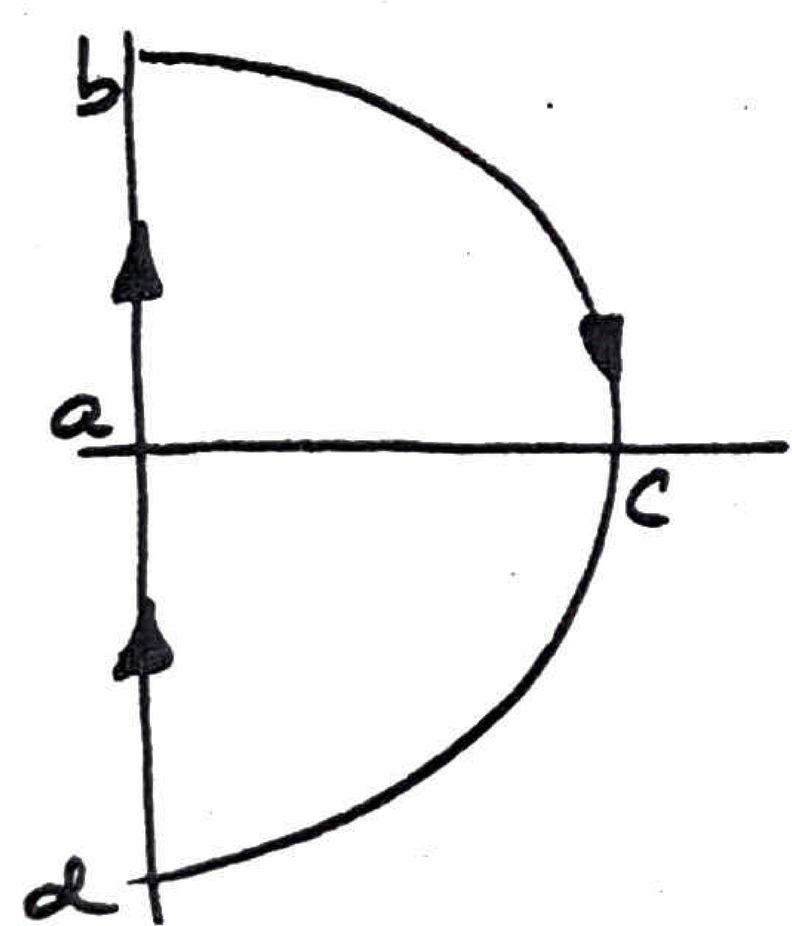
Para que esto se verifique tanto para $K > 0$ como $K < 0$ el punto -1 debe estar a la izquierda de A (indicado en figura).

Por tanto, sistema estable para $K > -1$

Inestable : $\underline{\underline{K \leq -1}}$

b) $G(s) = K \dfrac{1+s}{1-s}$ " $P = 1$

Trayecto de Nyquist.



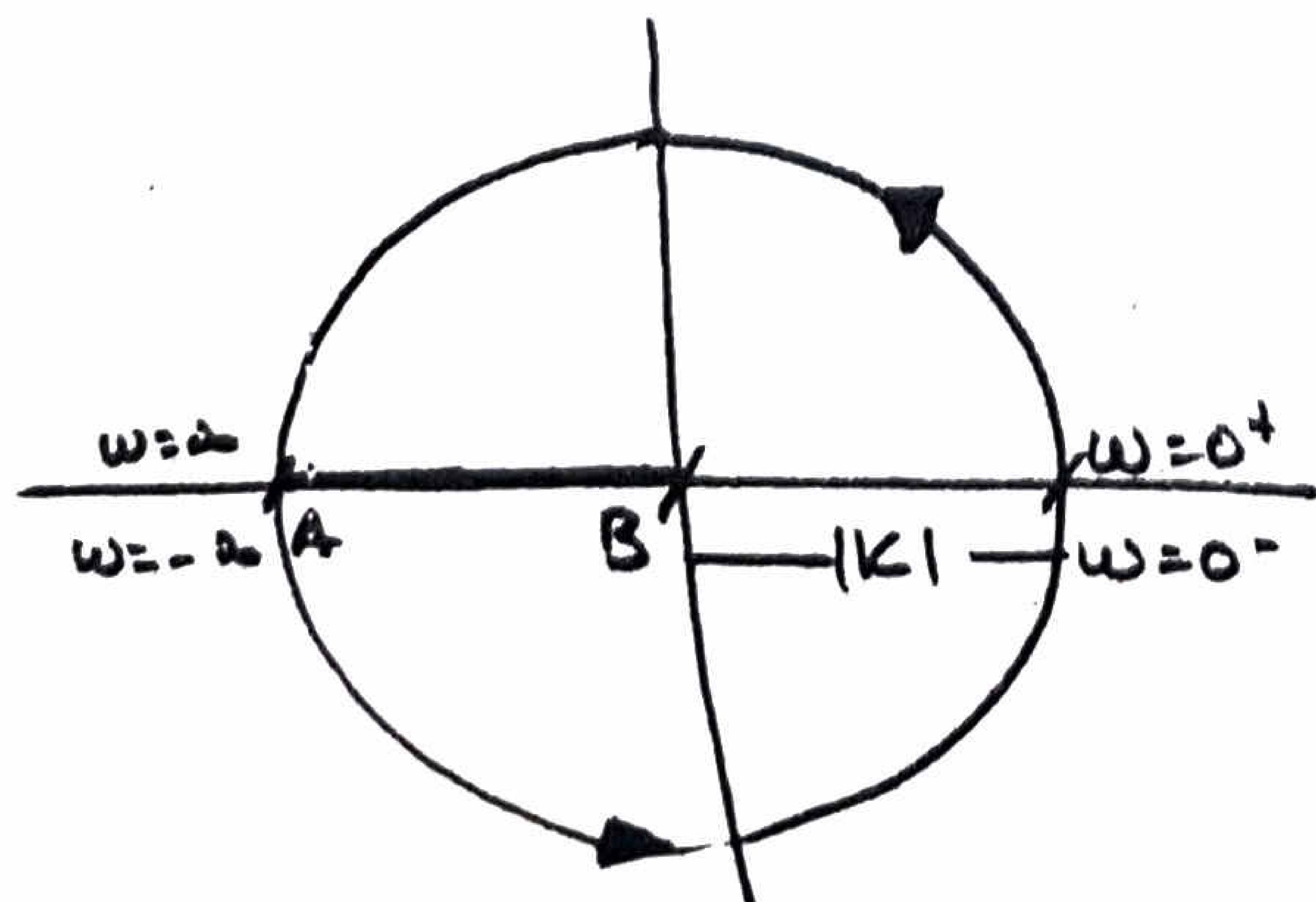
Tramo ab) $s = j\omega$

$$G(j\omega) = K \frac{1+j\omega}{1-j\omega} = |K| \underline{|\phi_K + tg^{-1}\omega - tg^{-1}(-\omega)}$$

$|G(j\omega)|_{\omega \to 0} = |K|$ $\phi = \phi_K$

$|G(j\omega)|_{\omega \to \infty} = |K|$ $\phi = \phi_K + 180°$

La representación de todo el trayecto tanto para $K > 0$ y $K < 0$ esta indicada en la figura 2.



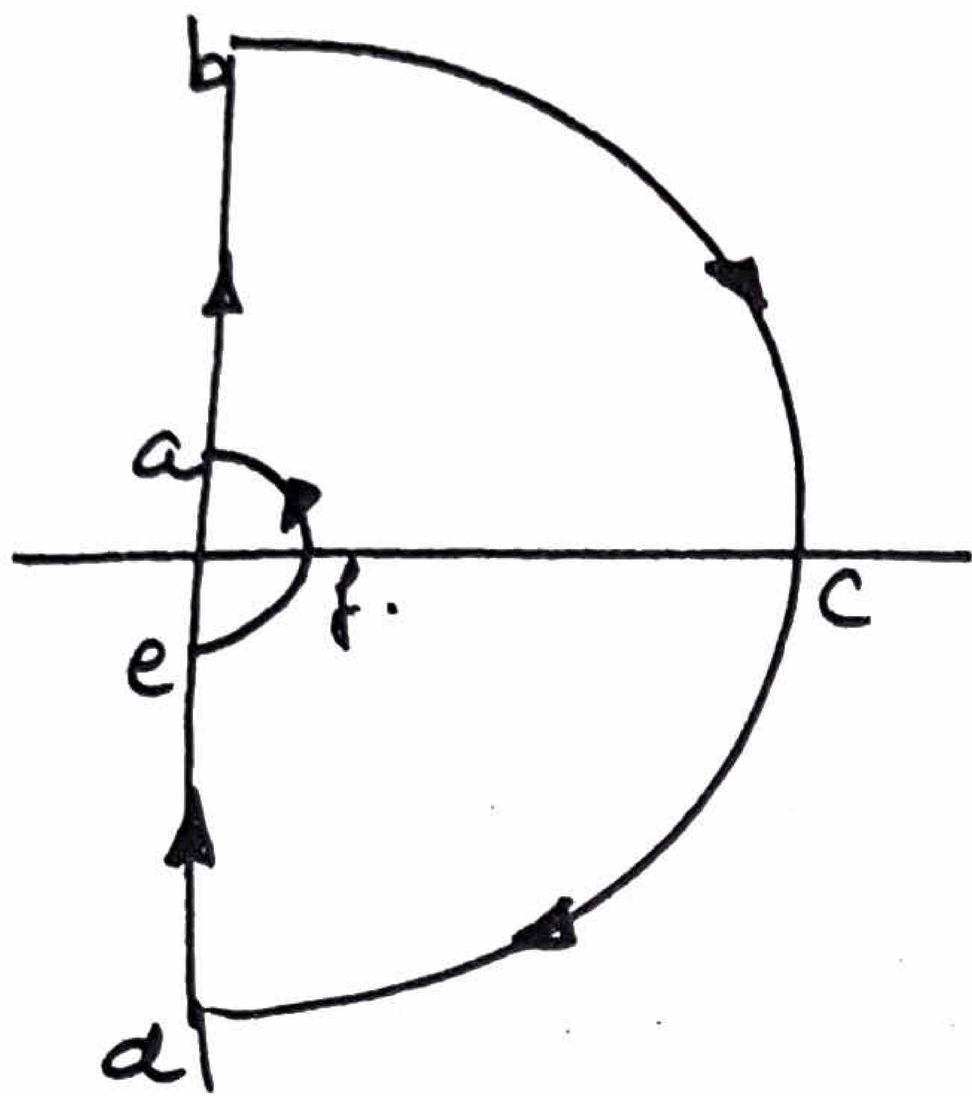
$N = Z - P = 0 - 1 = -1$

El punto -1 debe estar en la zona AB.

Estabilidad : $|K| > 1$

c) $G(s) = \frac{K}{s^2}$ $P = 0$

Trayecto de Nyquist.



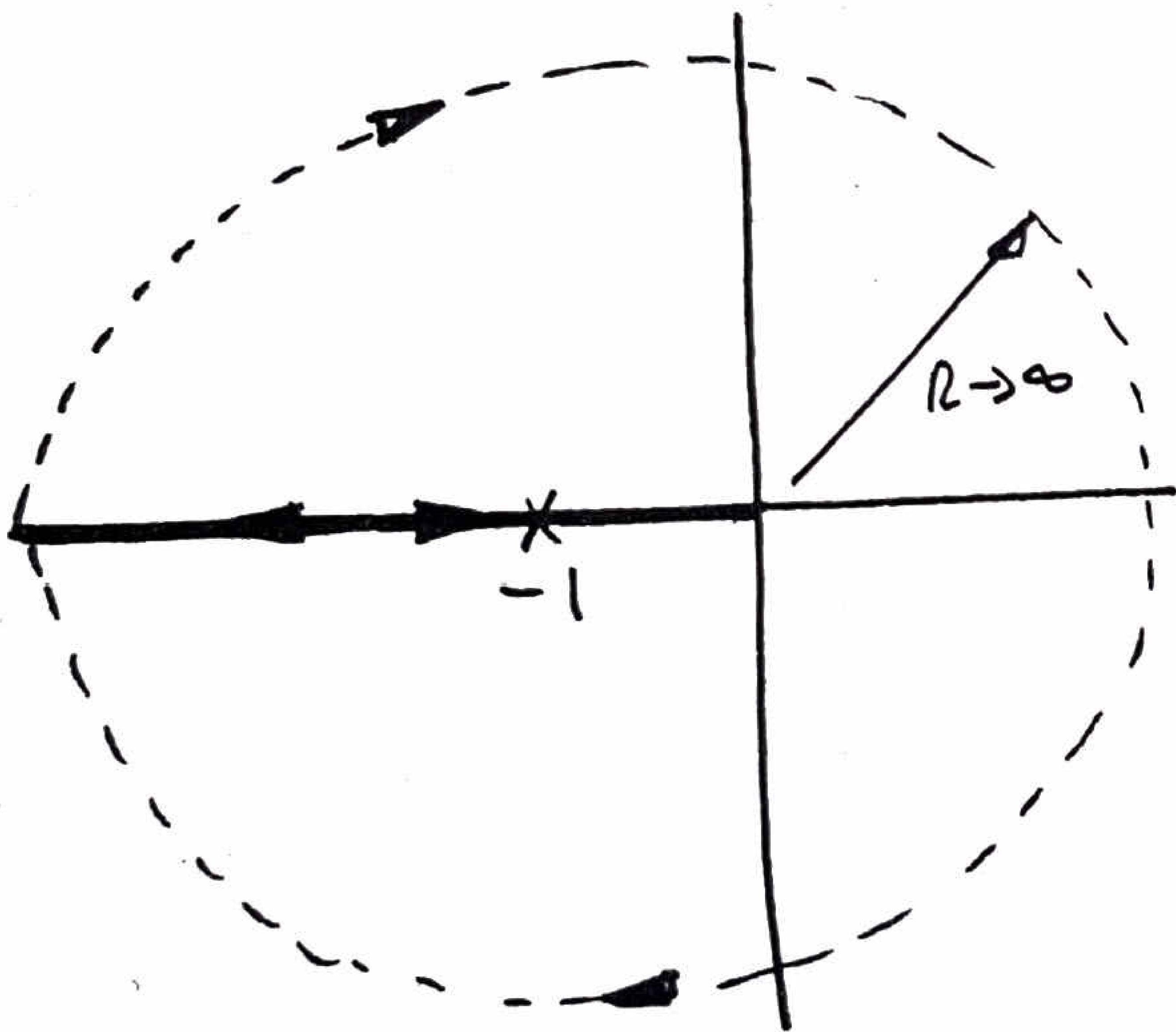
Tramo ab) $s = j\omega$

$$G(j\omega) = \frac{K}{-\omega^2} = \frac{|K|}{\omega^2} \angle \phi_K - 180^\circ$$

$|G(j\omega)|_{\omega \to 0} = \infty$ $\phi = \phi_K - 180^\circ$

$|G(j\omega)|_{\omega \to \infty} = 0$ $\phi = \phi_K - 180^\circ$

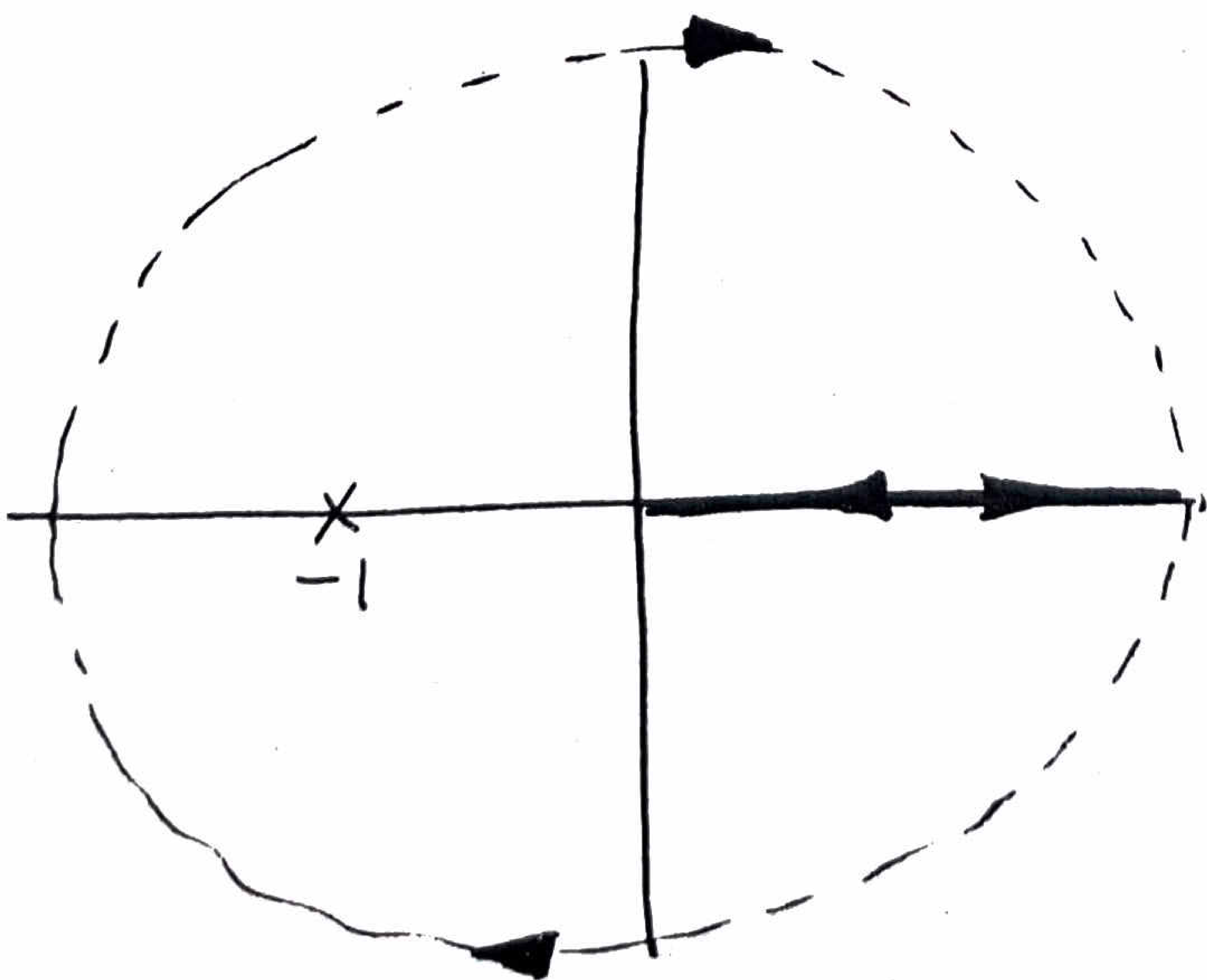
Representación para $K > 0$



El eje real negativo se recorre primero en un sentido y luego en el otro.

N = indeterminado y sistema inestable para todo $K > 0$

$K < 0$



$N = 1$,, $P = 0$

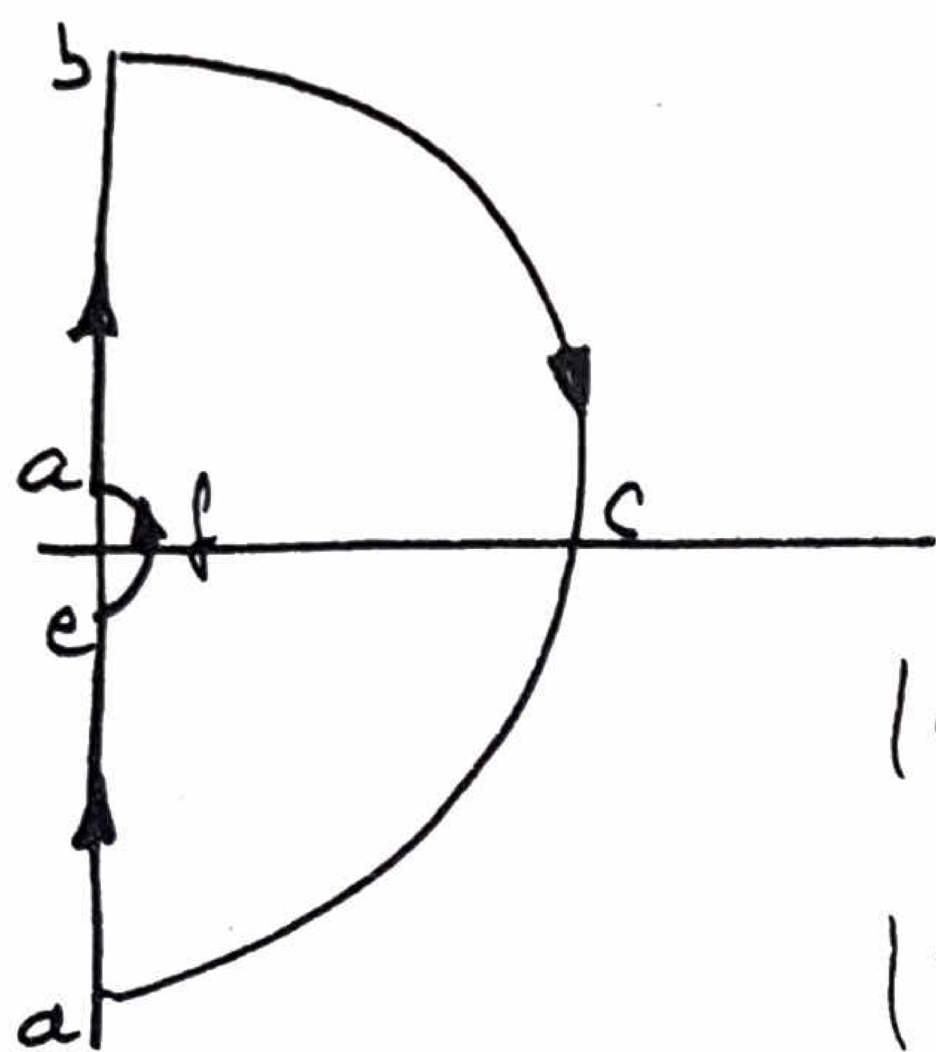
$Z = N + P = 1$

Sistema inestable para $K < 0$

Solución: Inestable para $-\infty < K < \infty$

d)

$$G(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)} \qquad P=0$$



Tramo ab) $s = j\omega$

$$G(j\omega) = \frac{K}{j\omega(1+j\omega)(2+j\omega)} = \frac{|K|}{\omega\sqrt{1+\omega^2}\sqrt{4+\omega^2}} \underline{/ \phi_K - 90 - tg^{-1}\omega - tg^{-1}\frac{\omega}{2}}$$

$$|G(j\omega)|_{\omega \to 0} = \infty \qquad \phi = \phi_K - 90$$

$$|G(j\omega)|_{\omega \to \infty} = 0 \qquad \phi = \phi_K - 270°$$

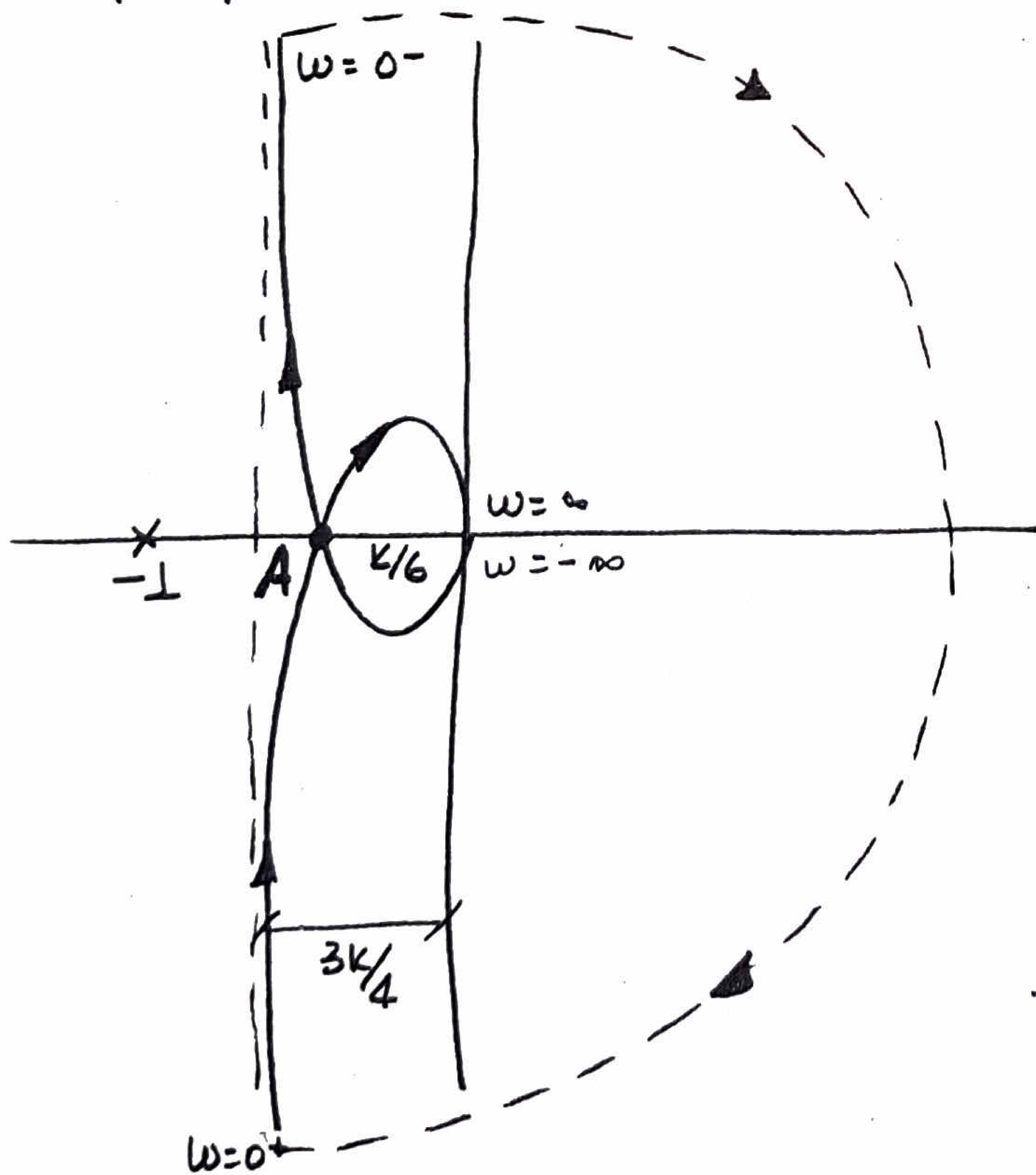
Asintota:

$$\sigma_x = \lim_{\omega \to 0} Re\left[G(j\omega)\right] = -\frac{3K}{4}$$

Corte con el eje real.

$$\omega_x = \sqrt{2} \quad ,, \quad Re\left[G(j\omega)\right]_{\omega=\sqrt{2}} = -\frac{K}{6}$$

Gráfica para $K > 0$



$P = 0$

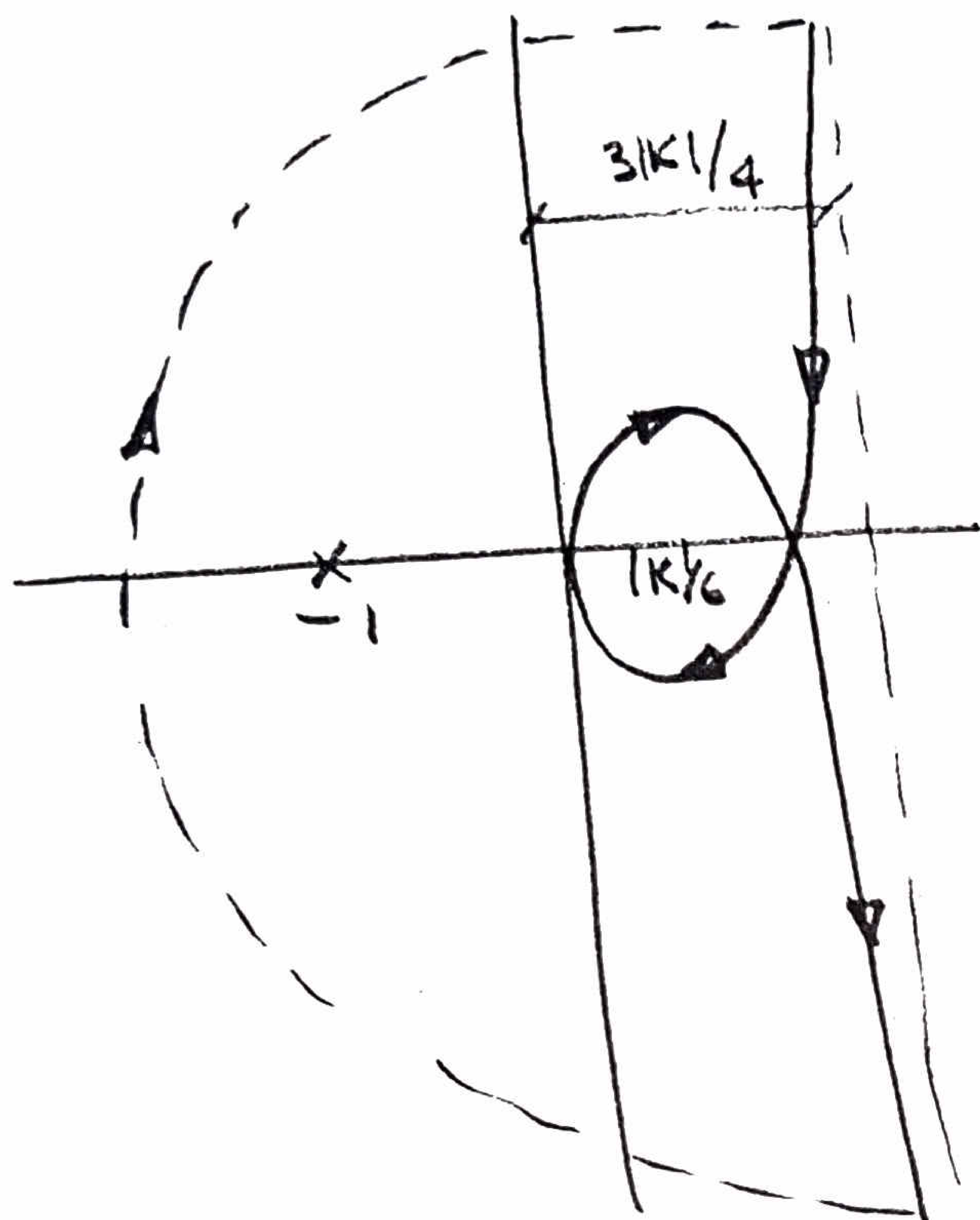
$N = Z - P = 0 - 0 = 0$

El punto -1 debe estar situado a la izquierda de A (indicado en figura).

Por tanto.

$$\frac{K}{6} < 1 \implies K < 6$$

Gráfica para $K < 0$.



$N = 1$.

$P = 0$

$Z = N + P = 1$

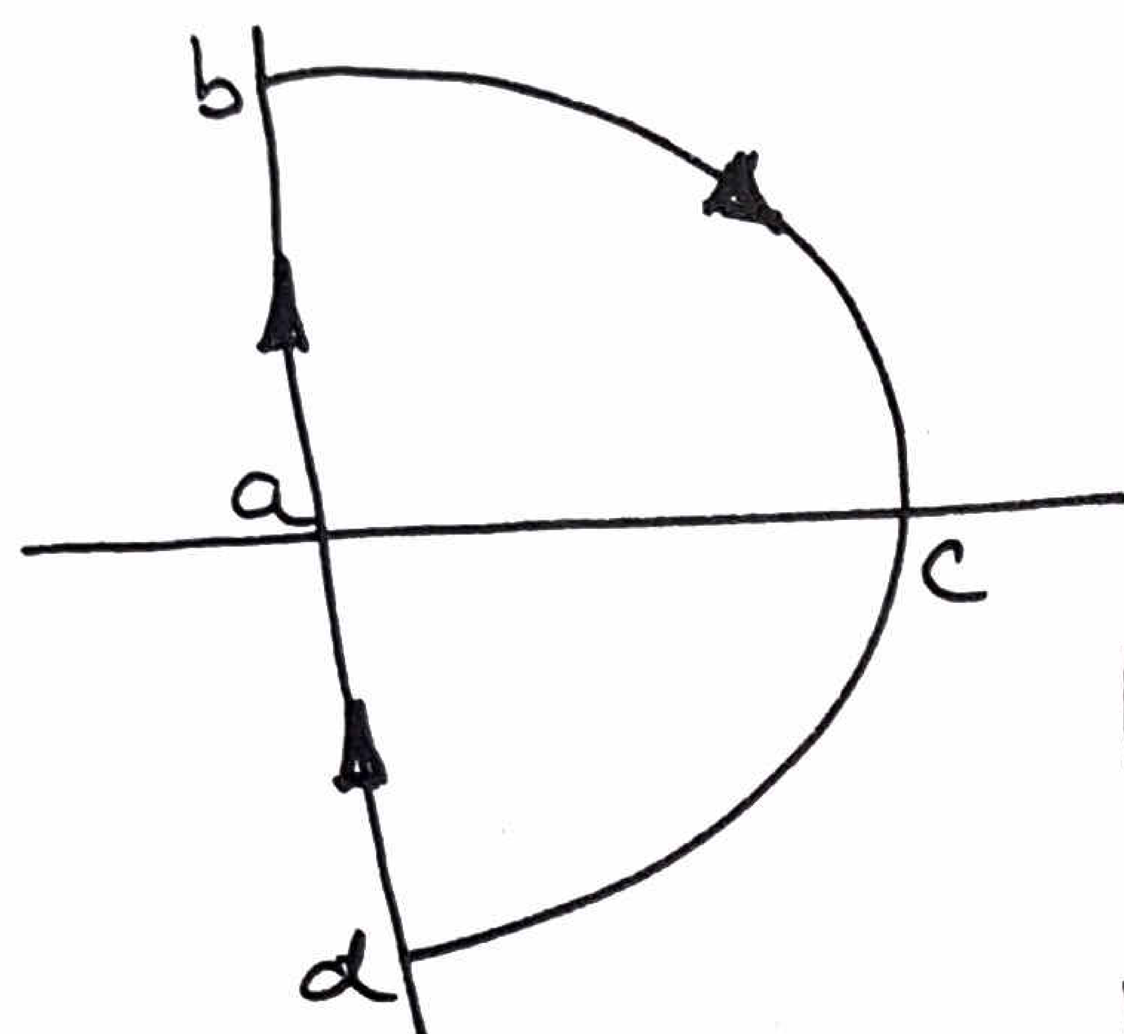
Sistema inestable para $K < 0$

Por tanto, sistema stable para $0 < K < 6$

e)

$$G(s) = \frac{K}{(s-1)(s+2)(s+4)}$$

Trayecto de Nyquist.



Tramo ab) $s = j\omega$

$$G(j\omega) = \frac{|K|}{\sqrt{1+\omega^2}\sqrt{4+\omega^2}\sqrt{16+\omega^2}} \angle \phi_K - tg^{-1}(-\omega) - tg^{-1}\frac{\omega}{2} - tg^{-1}\frac{\omega}{4}$$

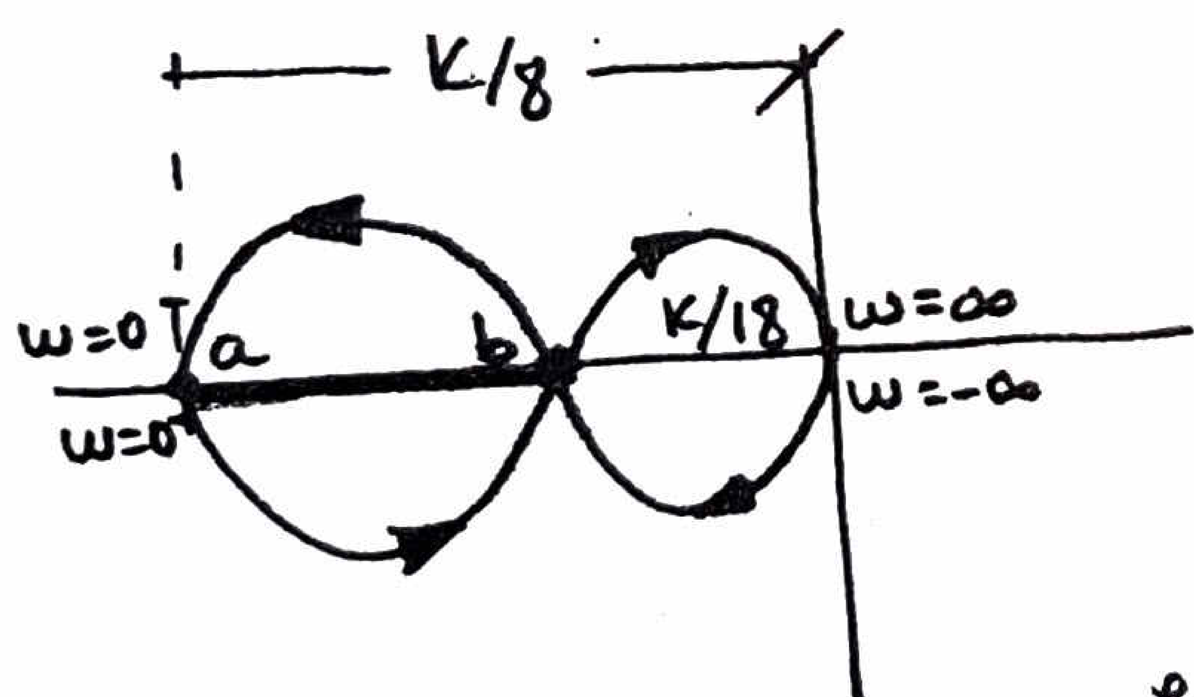
$|G(j\omega)|_0 = \frac{|K|}{8}$ $\qquad \phi = \phi_K - 180°$

$|G(j\omega)|_\infty = 0$ $\qquad \phi = \phi_K - 270°$

Corte con el eje real:

$\omega_x = \sqrt{2}$ $\quad$ " $\quad$ $Re[G(j\omega)]_{\omega=\sqrt{2}} = -\frac{K}{18}$

Gráfica para $K > 0$.



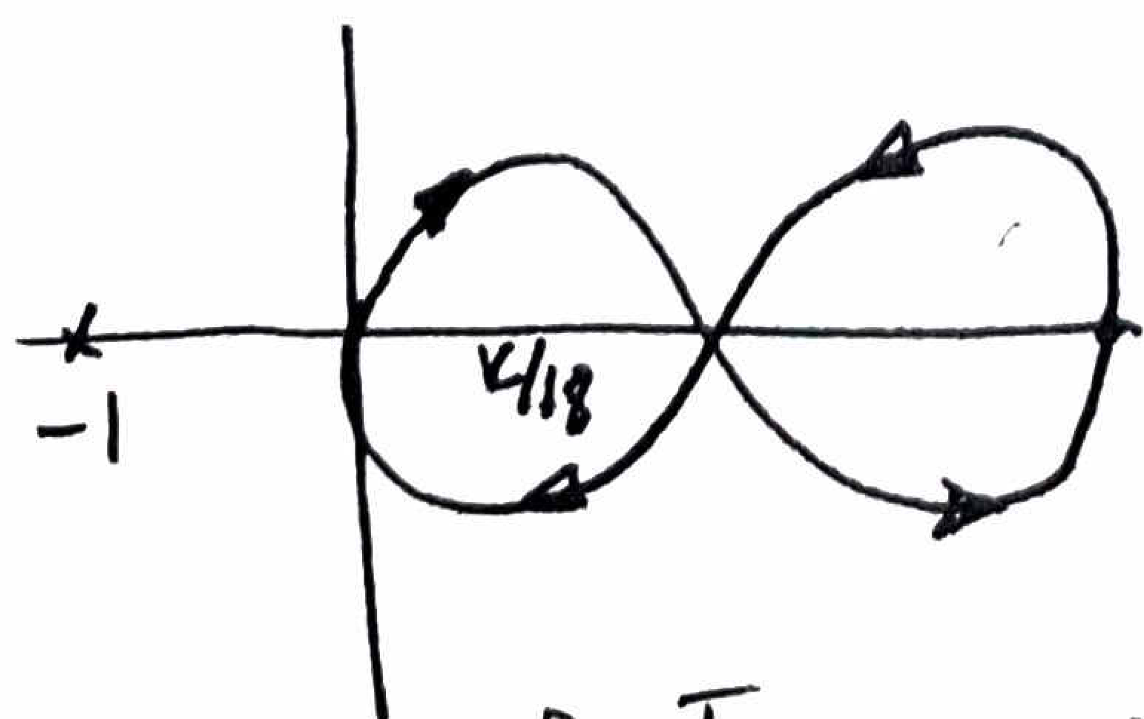
$P = 1.$

$N = Z - P = 0 - 1 = -1$

Para ser estable el punto -1 debe estar entre los puntos a y b del eje real negativo.

Por tanto: $\frac{K}{8} > 1 > \frac{K}{18}$

Grafica para $K < 0$.



$N = 0 \Rightarrow Z = 1$

Sistema inestable para $K < 0$.

Sistema estable para $\underline{\underline{8 < K < 18}}$

12] Un sistema de control con realimentación unidad tiene una función $G(s) = \frac{K_o(1-s)}{\left(1+\frac{2s}{3}\right)(1+s)}$

a) Dibujar el trazado polar de $G(j\omega)$. b) Determinar con el criterio de Nyquist el margen de valores positivos y negativos de K_o para los que el sistema es estable. c) Con el criterio de Nyquist determinar si $C(s)/R(s)$ tiene alguna constante de tiempo mayor de 1 sg. para $K_o = 1$.

a)

$$G(j\omega) = \frac{K_o(1-j\omega)}{\left(1+2\frac{j\omega}{3}\right)(1+j\omega)} = \frac{3|K_o|}{\sqrt{9+4\omega^2}} \underline{|\phi_{K_o} + tg^{-1}(-\omega) - tg^{-1}\tfrac{2\omega}{3} - tg^{-1}\omega}$$

$|G(j\omega)|_{0^+} = |K_o| \qquad \phi = \phi_{K_o}$

$|G(j\omega)|_{\infty} = 0 \qquad \phi = \phi_{K_o} - 270°$

Cortes con los ejes

$$G(j\omega) = \frac{3K_o(1-j\omega)(3-2j\omega)(1-j\omega)}{(9+4\omega^2)(1+\omega^2)} = \frac{3K_o(3-7\omega^2)}{(9+4\omega^2)(1+\omega^2)} + j\frac{6K_o\,\omega(\omega^2-4)}{(9+4\omega^2)(1+\omega^2)}$$

$Im[G(j\omega)] = 0 \Rightarrow \omega^2 = 4$

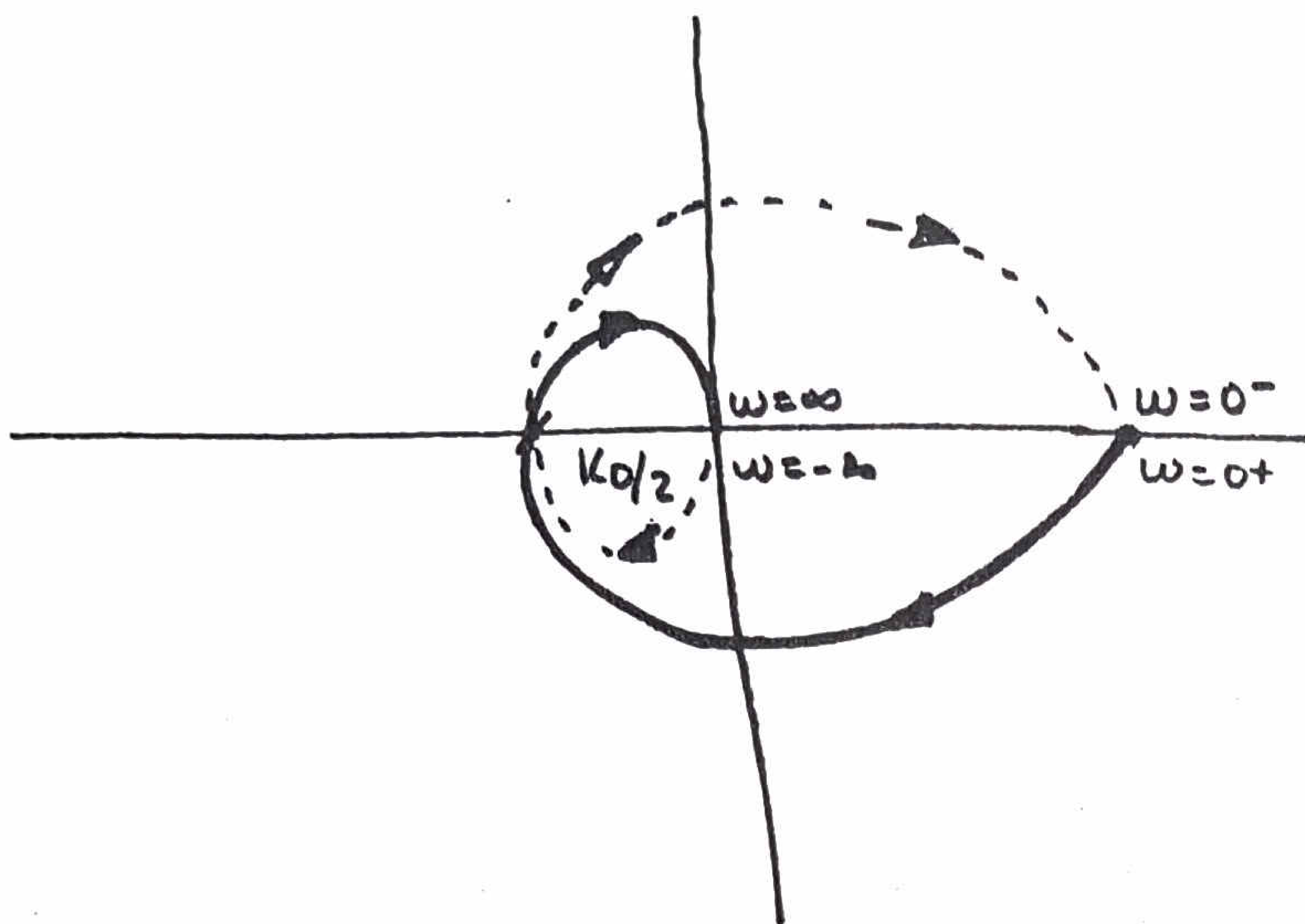
$Re[G(j\omega)]_{\omega^2=4} = -\frac{K_o}{2}$

$Re[G(j\omega)] = 0 \Rightarrow \omega^2 = \frac{3}{7}$

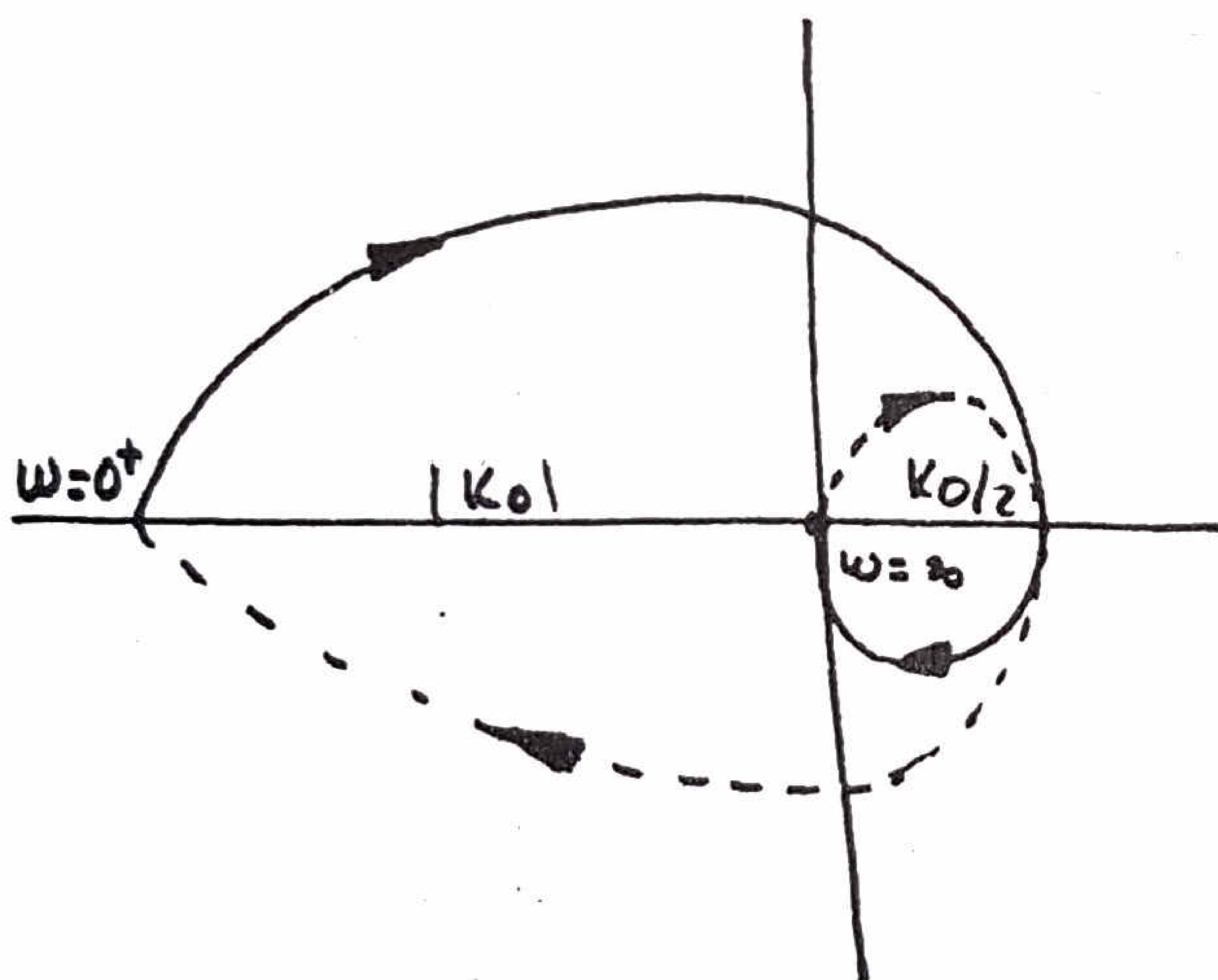
$$Im[G(j\omega)]_{\sqrt{3/7}} = j\frac{6K_o\sqrt{\frac{3}{7}}\left(\frac{3}{4}-4\right)}{\left(9+4\frac{3}{7}\right)(1+3/7)}$$

La representación de $G(j\omega)$ viene indicada en la figura.

Para $K_0 > 0$



Para $K_0 < 0$, tenemos.



b)

$$G(s) = \frac{3K_0(1-s)}{(3+2s)(1+s)} \qquad P = 0$$

La representación para el trayecto de Nyquist coincide con ambas figuras ya halladas para $K_0 < 0$ y $K_0 > 0$.

Para $K_0 > 0$, tenemos

$$N = P + Z = 0 + 0 = 0.$$

Para ello $\quad \frac{K_0}{2} < 1 \Rightarrow \quad K_0 < 2$

Para $K_0 < 0$

$$N = P + Z = 0 + 0 = 0$$

Para ello

$$|K_0| < 1$$

Por tanto, sistema stable para $\underline{\underline{-1 < K < 2}}$.

c) Para resolver esta parte haremos el cambio de variable

$$s_1 = s + 1 \Rightarrow s = s_1 - 1$$

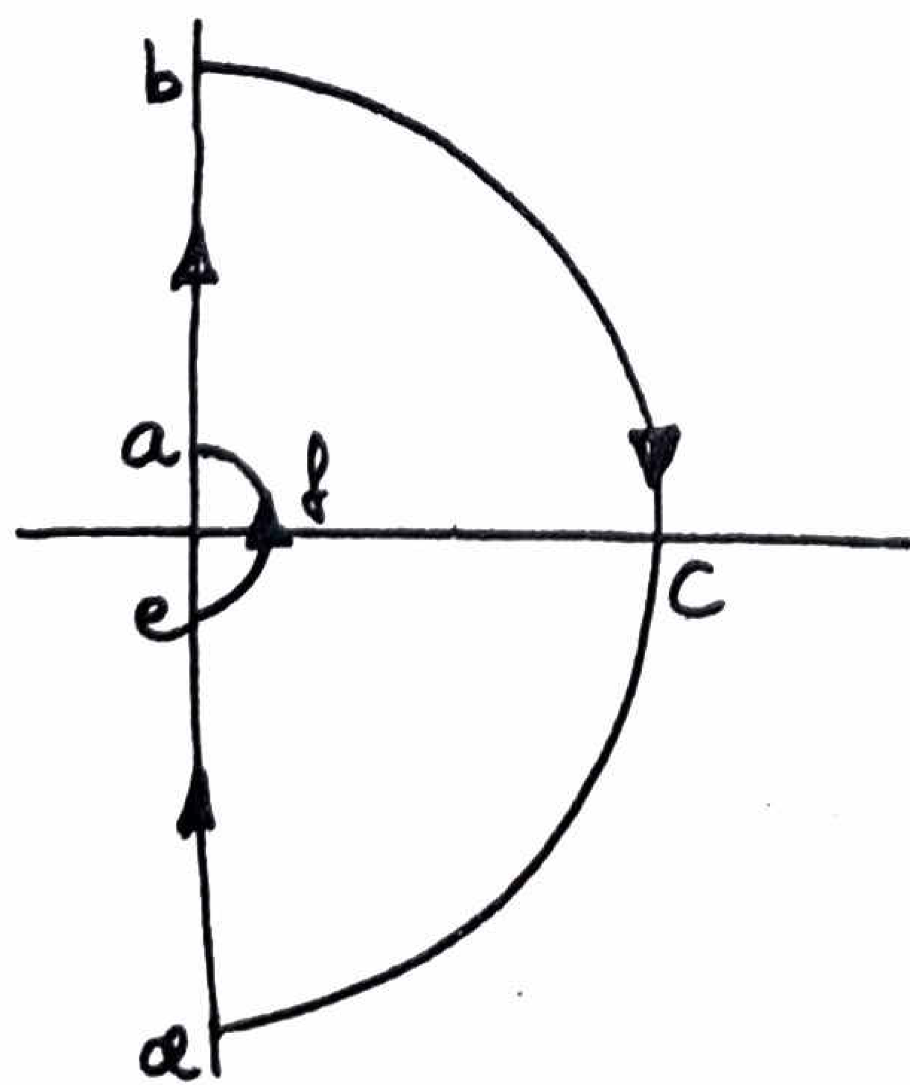
$$G(s) \Rightarrow G(s_1)$$

$$G(s_1) = \frac{3K_0(1 - s_1 + 1)}{(3 + 2s_1 - 2)(1 + s_1 - 1)} = \frac{3K_0(2 - s_1)}{(1 + 2s_1)(s_1)}$$

Para $K_0 = 1$, tenemos.

$$G(s_1) = \frac{3(2 - s_1)}{s_1(1 + 2s_1)} \qquad P = 0$$

Trayecto de Nyquist.



Tramo ab) $s_1 = j\omega$

$$G(j\omega) = \frac{3(2 - j\omega)}{j\omega(1 + 2j\omega)} = \frac{3\sqrt{4 + \omega^2}}{\omega\sqrt{1 + 4\omega^2}} \underline{|\operatorname{tg}^{-1}(-\tfrac{\omega}{2}) - 90 - \operatorname{tg}^{-1} 2\omega}$$

$$|G(j\omega)|_{\omega \Rightarrow 0^+} = \infty \qquad \phi = -90°$$

$$|G(j\omega)|_{\omega = \infty} = 0 \qquad \phi = -270°$$

Asíntotas y cortes con los ejes.

$$G(j\omega) = \frac{3(2-j\omega)(1-2j\omega)}{j\omega\,(1+4\omega^2)} = \frac{3\,(2-2\omega^2-j5\omega)}{j\omega\,(1+4\omega^2)} =$$

$$= \frac{-15}{1+4\omega^2} - j\,\frac{3\,(2-2\omega^2)}{\omega\,(1+4\omega^2)}$$

Asíntota:

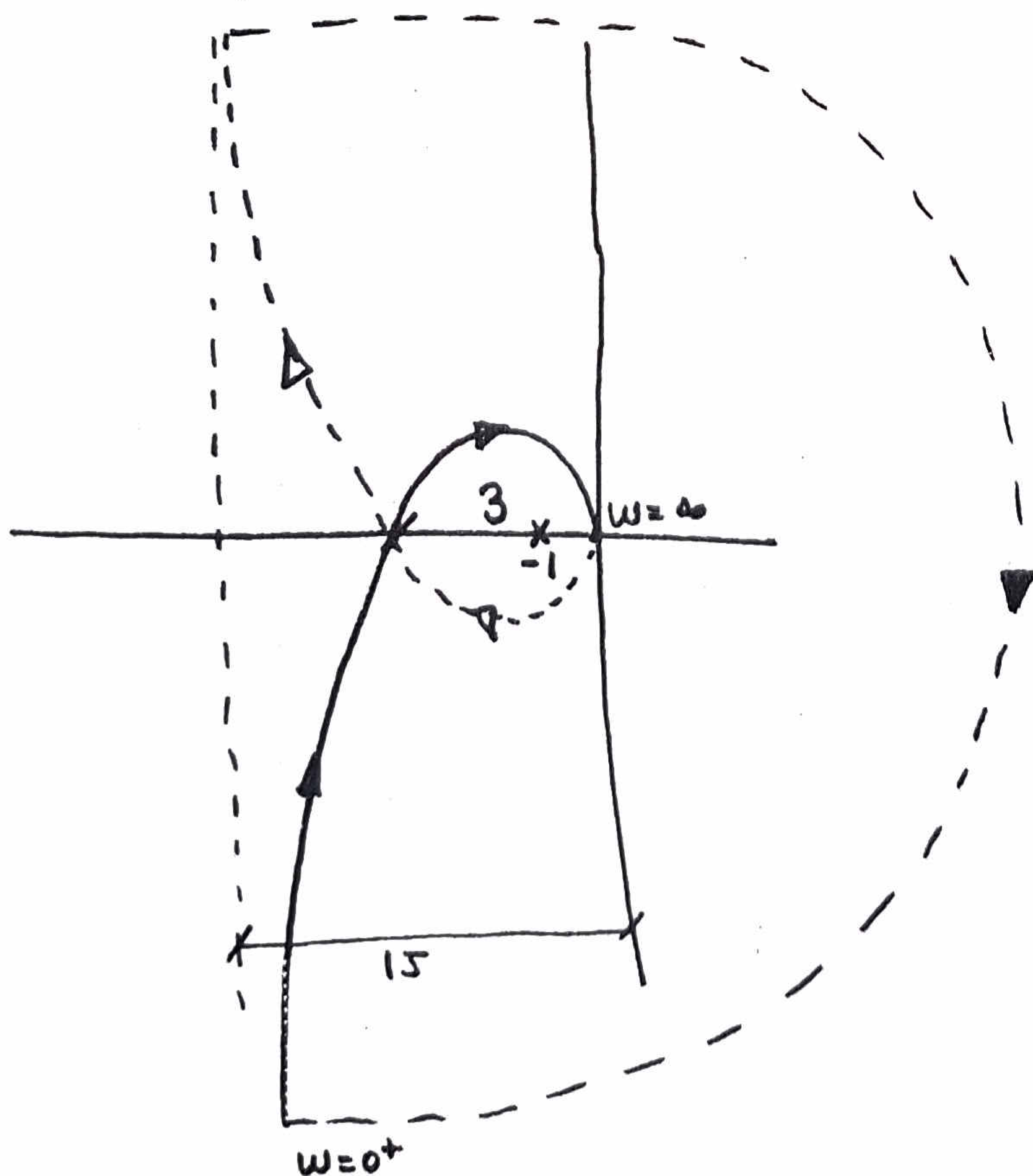
$$\lim_{\omega\to 0^+} \mathrm{Re}\left[G(j\omega)\right] = -15$$

Corte eje real.

$$\mathrm{Im}\left[G(j\omega)\right] = 0 \quad\Rightarrow\quad \omega^2 = 1.$$

$$\mathrm{Re}\left[G(j\omega)\right]_{\omega^2=1} = \frac{-15}{1+4} = -3$$

La representación para todo el trayecto s:



$N = 2$

$Z = N + P = 2$

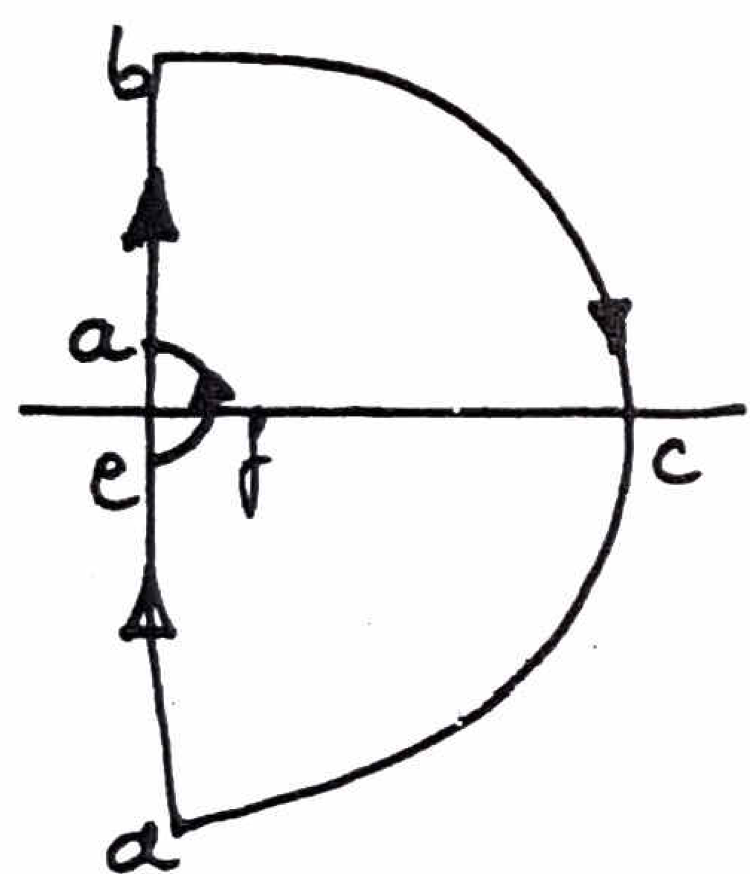
Existen dos constantes de tiempo mayores de 1 sg.

1) Determinar con el criterio de estabilidad de Nyquist si es estable ó no el sistema que tiene la función de Transferencia siguiente.

$$G(s)\,H(s) = \frac{K_x}{s^2(1 - s/2)}$$

a) Si $K_x = 1$, b) Si $K_x = -10$. Si es inestable en cada caso, determinar el número de polos de $C(s)/R(s)$ en el semi-plano S positivo.

Trayecto de Nyquist.



Tramo ab) $s = j\omega$

$$G(j\omega)\cdot H(j\omega) = \frac{2K_x}{(j\omega)^2(2-j\omega)} = \frac{2|K_x|}{\omega^2\sqrt{4+\omega^2}} \underline{|\phi_{K_x} - 180^\circ - \tan^{-1}(-\frac{\omega}{2})}$$

$|G(j\omega)|_{0^+} = \infty \qquad \phi = \phi_K - 180^\circ$

$|G(j\omega)|_{\infty} = 0 \qquad \phi = \phi_K - 90^\circ$

Asintotas y cortes con los ejes

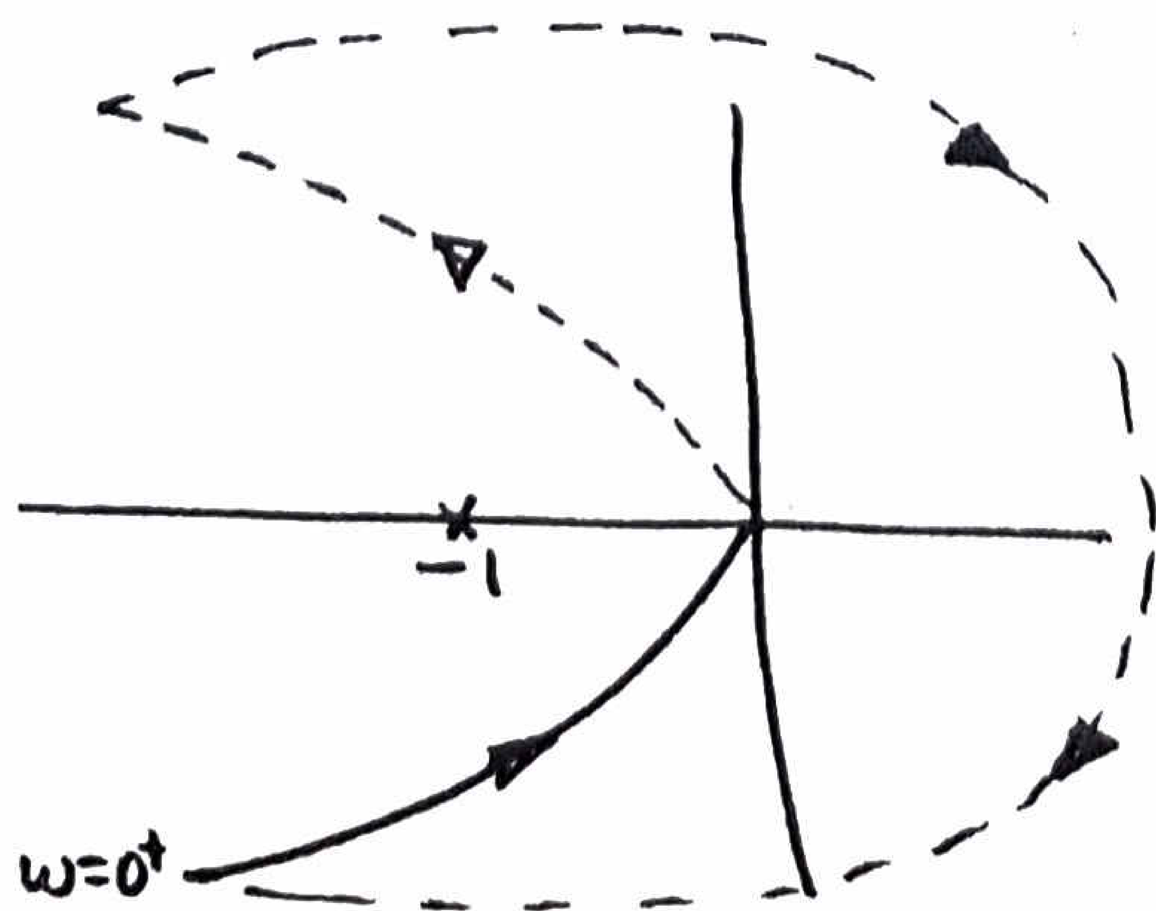
$$G(j\omega)\,H(j\omega) = \frac{2K_x(2+j\omega)}{-\omega^2(4+\omega^2)} = -\frac{4K_x}{\omega^2(4+\omega^2)} - j\frac{2K_x}{\omega(4+\omega^2)}$$

Asintota: $\lim_{\omega \to 0} Im[G.H(j\omega)] = -\infty$

No hay cortes con los ejes

La representación para todo el Trayecto de Nyquist es:

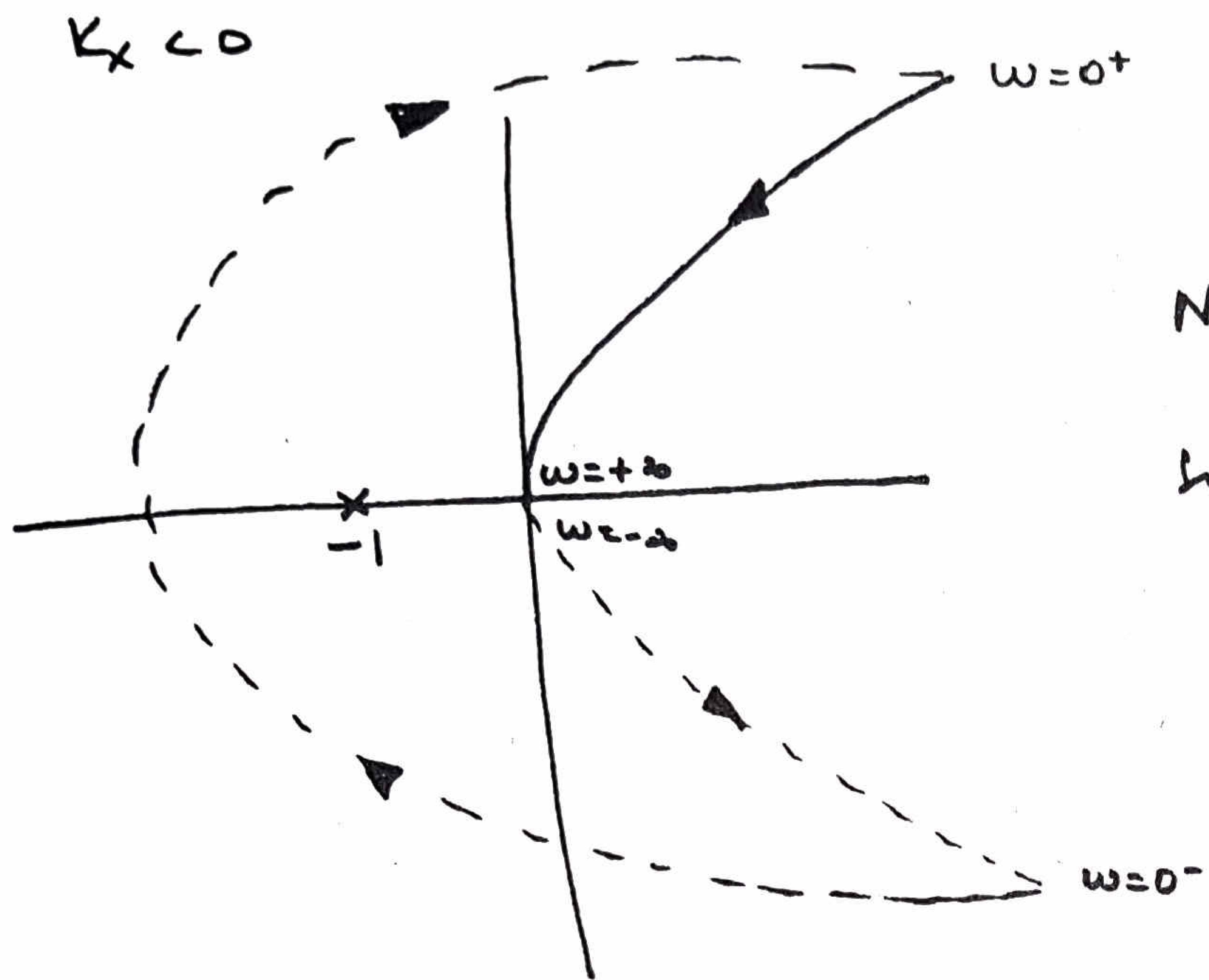
$K_x > 0$



$P = 1$

$N = 0 = Z - P \Rightarrow Z = 1$

Sistema inestable para $K_x > 0$ y Tiene 1 polo.



$P = 1$

$N = 1 \Rightarrow Z = N + P = 2.$

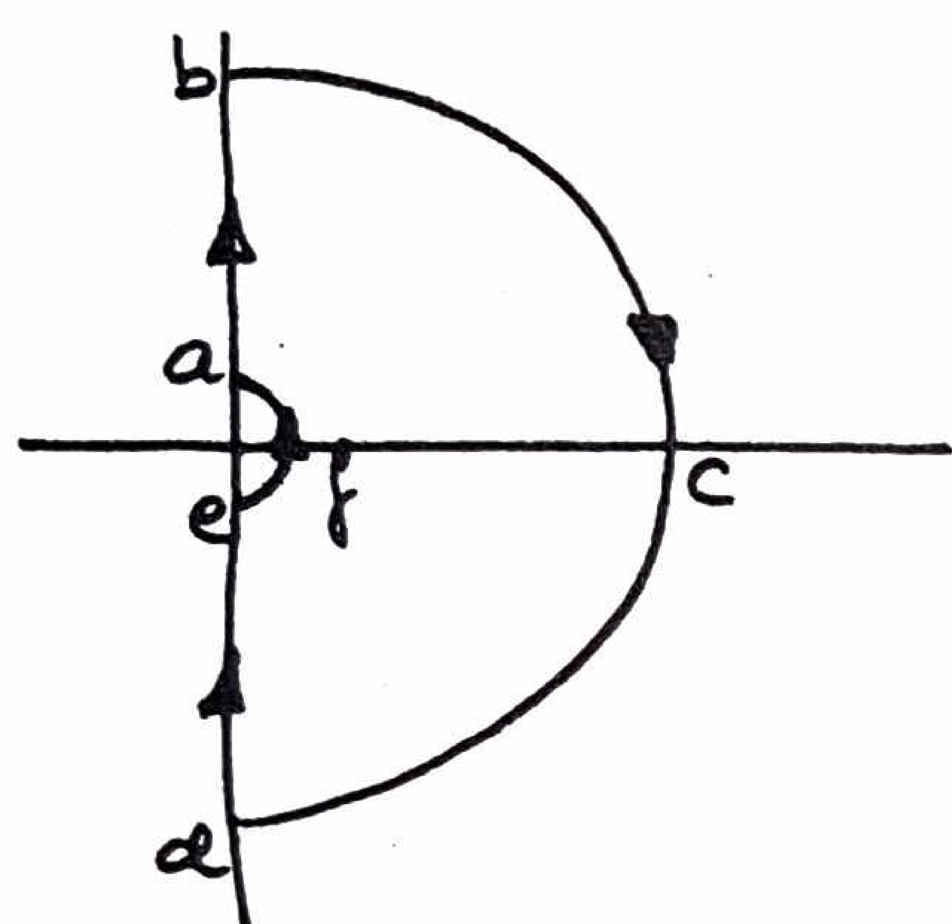
Sistema inestable para $K_x < 0$ y la función G/R tiene dos polos en el semi-plano positivo.

14| Determinar los márgenes de valores de K para que el sistema dado por:

$$G(s)\,H(s) = \frac{K}{s^3(1+s)}$$

sea estable.

Trayecto de Nyquist.



Tramo ab| $s = j\omega$

$$G(j\omega)\,H(j\omega) = \frac{K}{(j\omega)^3(1+j\omega)} = \frac{|K|}{\omega^3\sqrt{1+\omega^2}}\ \underline{|\phi_K - 270 - tg^{-1}\omega}$$

$|GH(j\omega)|_{0^+} = \infty$ $\phi = \phi_K - 270$

$|GH(j\omega)|_{\infty} = 0$ $\phi = \phi_K$

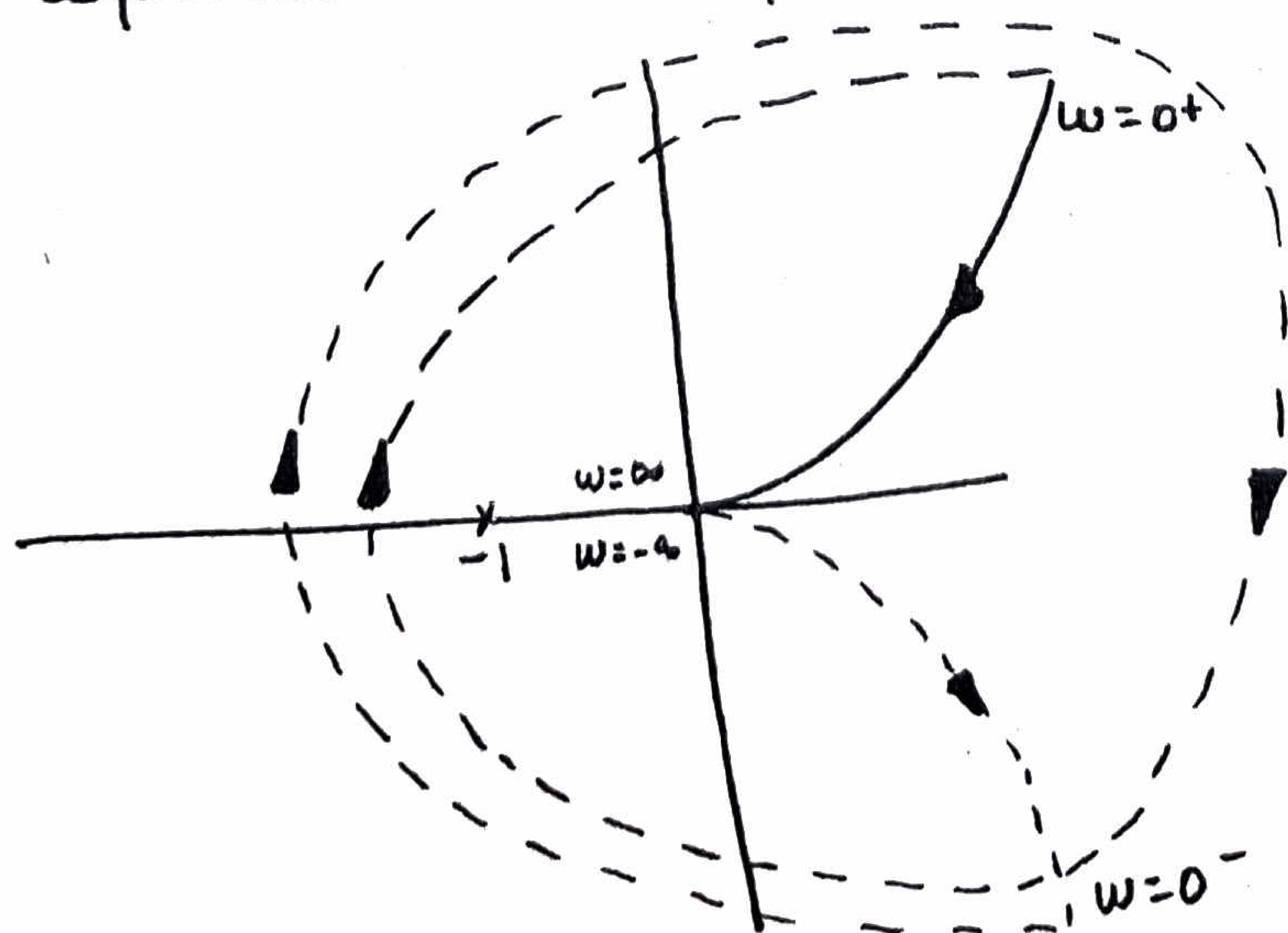
Asintotas y cortes con los ejes.

$$G(j\omega)\cdot H(j\omega) = \frac{K(1-j\omega)}{-j\omega^3\,(1+\omega^2)} = \frac{K}{\omega^2(1+\omega^2)} + j\,\frac{K}{\omega^3(1+\omega^2)}$$

Asintota : $\lim_{\omega\to 0} \mathrm{Re}\left[GH(j\omega)\right] = \infty$

No hay cortes con los ejes.

La representación para todo el trayecto $\mathfrak{s}$, para $K>0$.

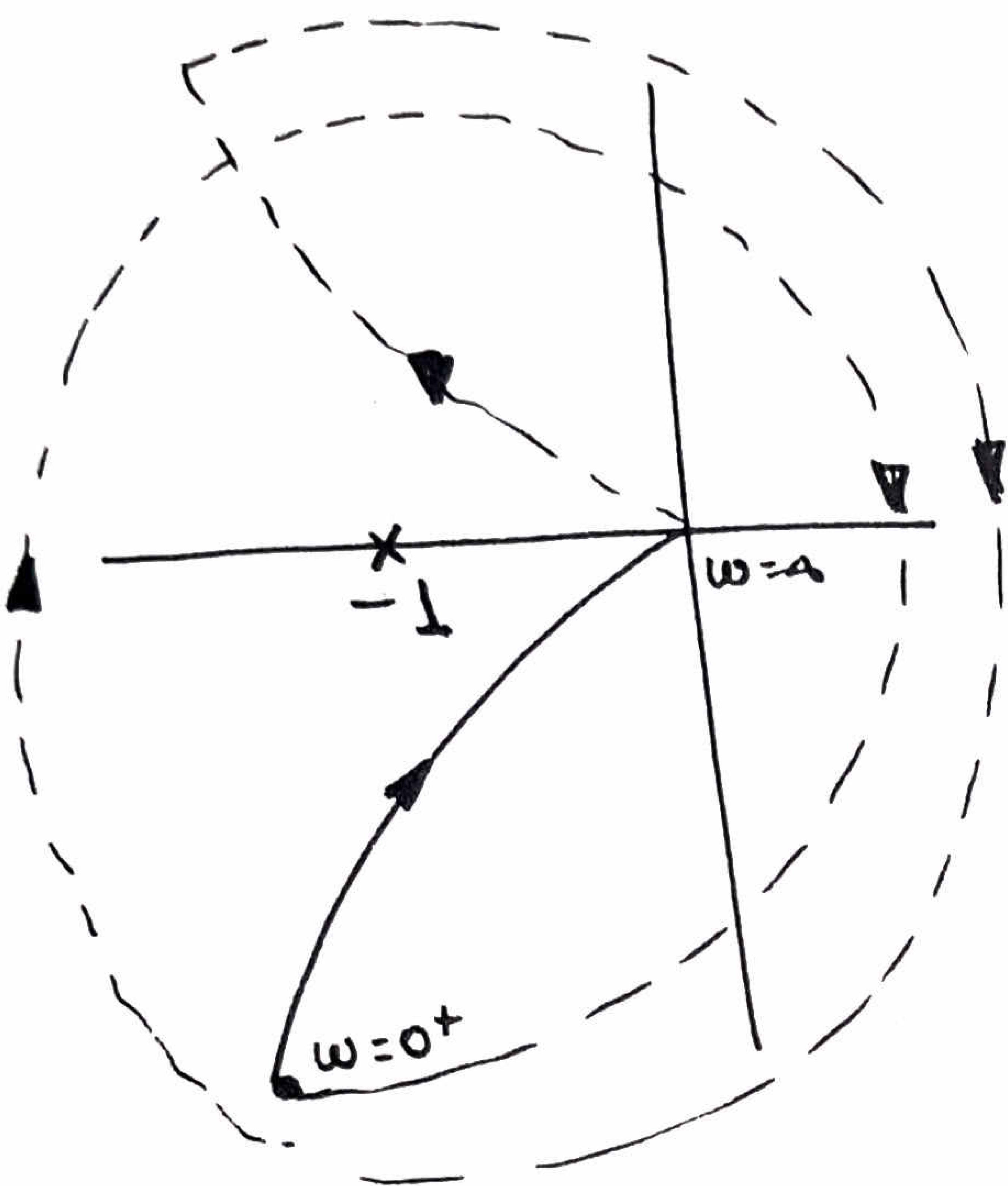


$P = 0$

$N = 2 = Z - P \Rightarrow Z = 2$

Sistema inestable para $K>0$

Para $K < 0$, tenemos



$N = 1 \Rightarrow \underline{Z = 1}$

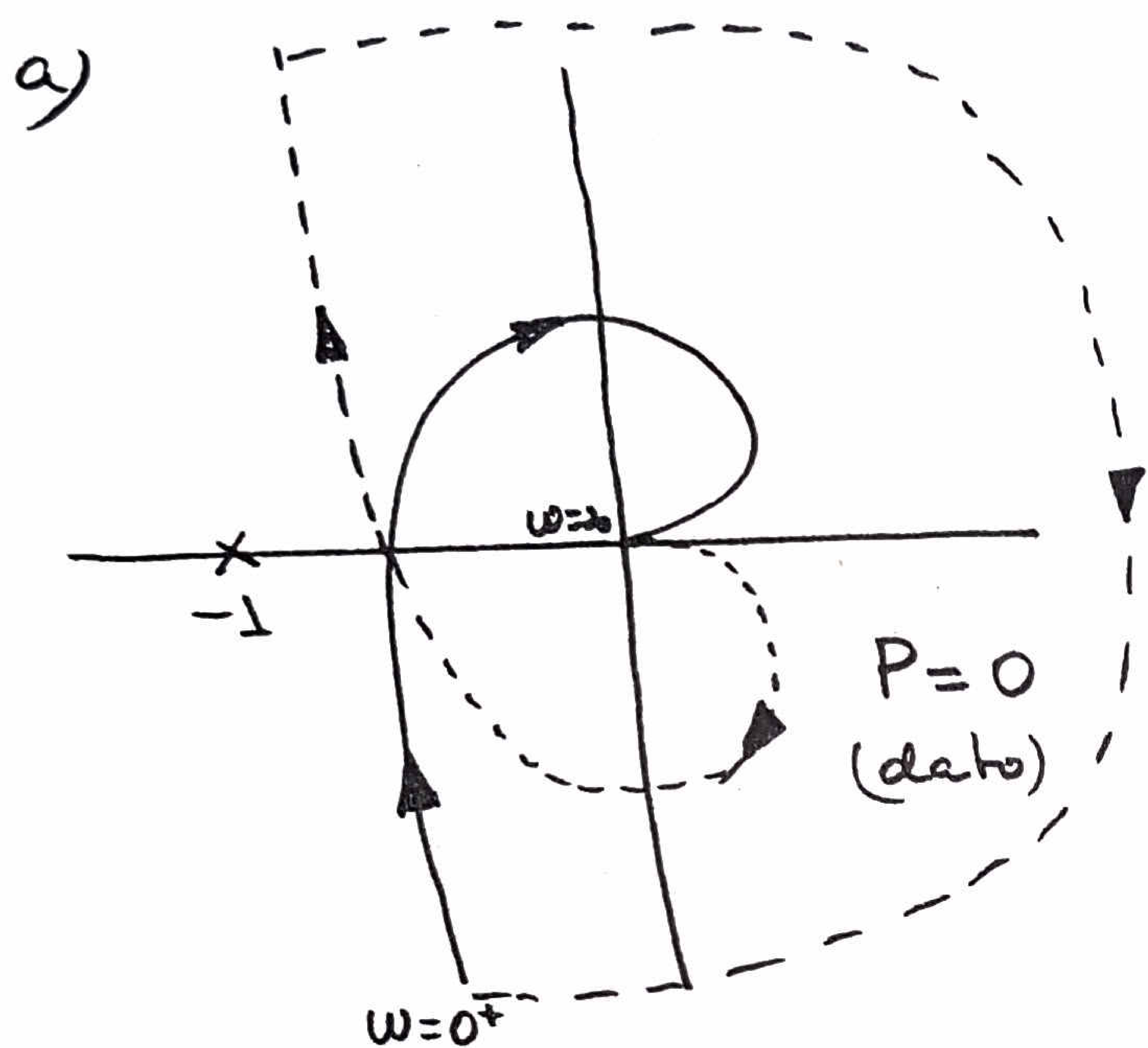
Sistema inestable para $K < 0$

Por tanto, sistema incondicionalmente inestable.

15] Determinar si es estable ó inestable en sentido absoluto cada uno de los sistemas de la figura, completando el diagrama de Nyquist correspondiente. (H(s) = 1].

Los datos vienen indicados por líneas de trazo continuo.

a)

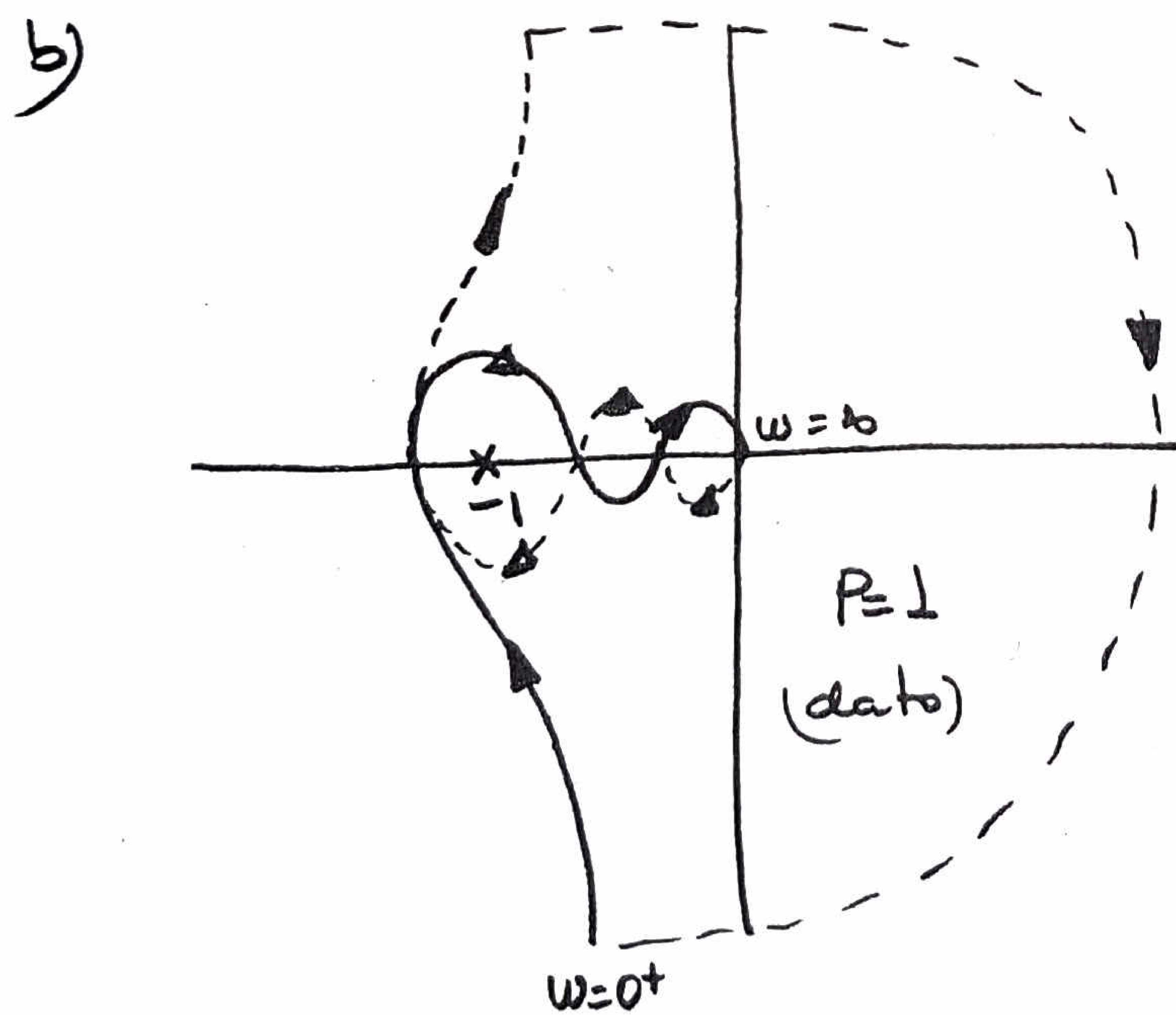


$N = 0 \Rightarrow$

$Z = N + P = 0 + 0 = 0.$

Sistema estable.

b)

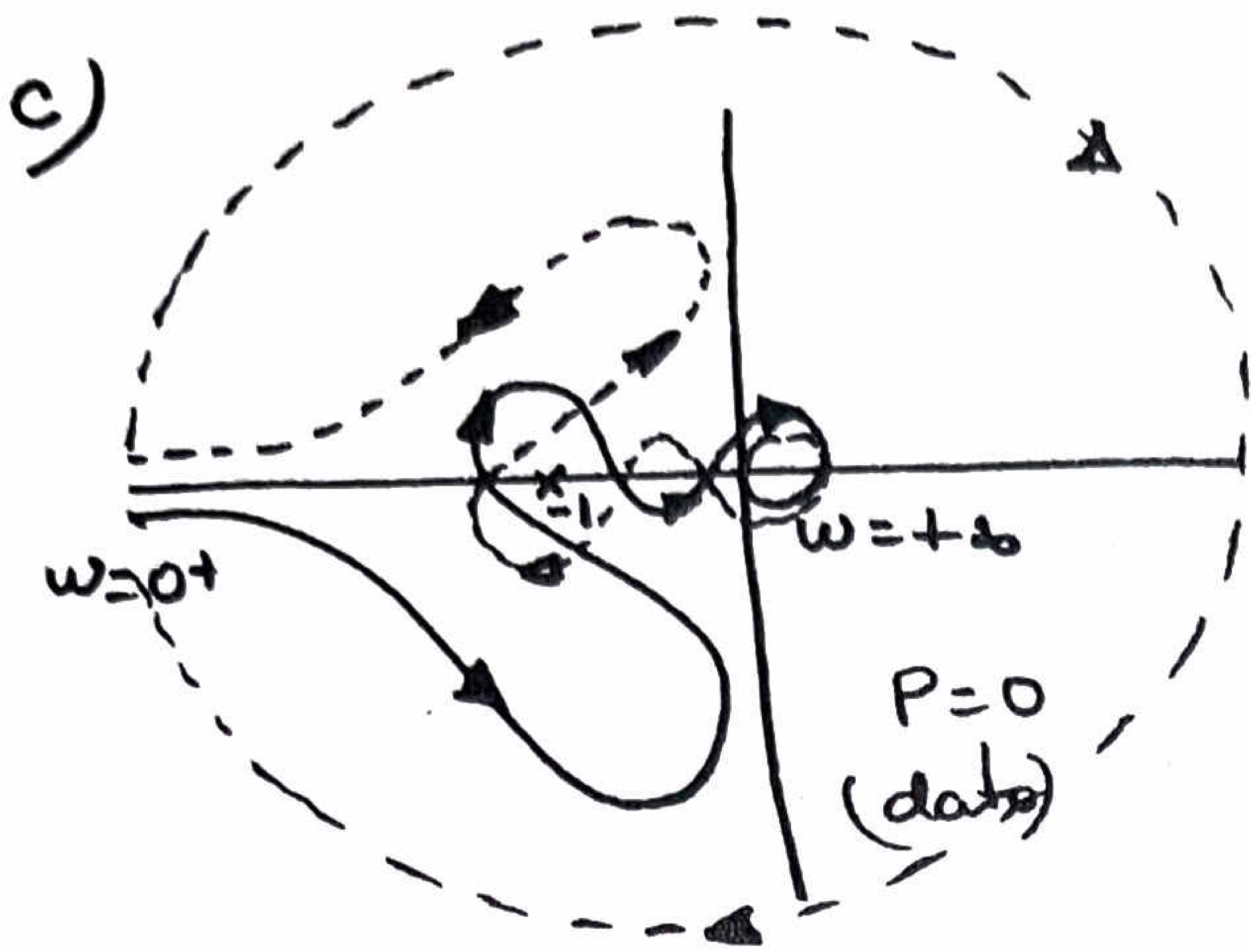


$N = 2 \Rightarrow$

$Z = N + P = 2 + 1 = 3.$

Sistema inestable.

c)

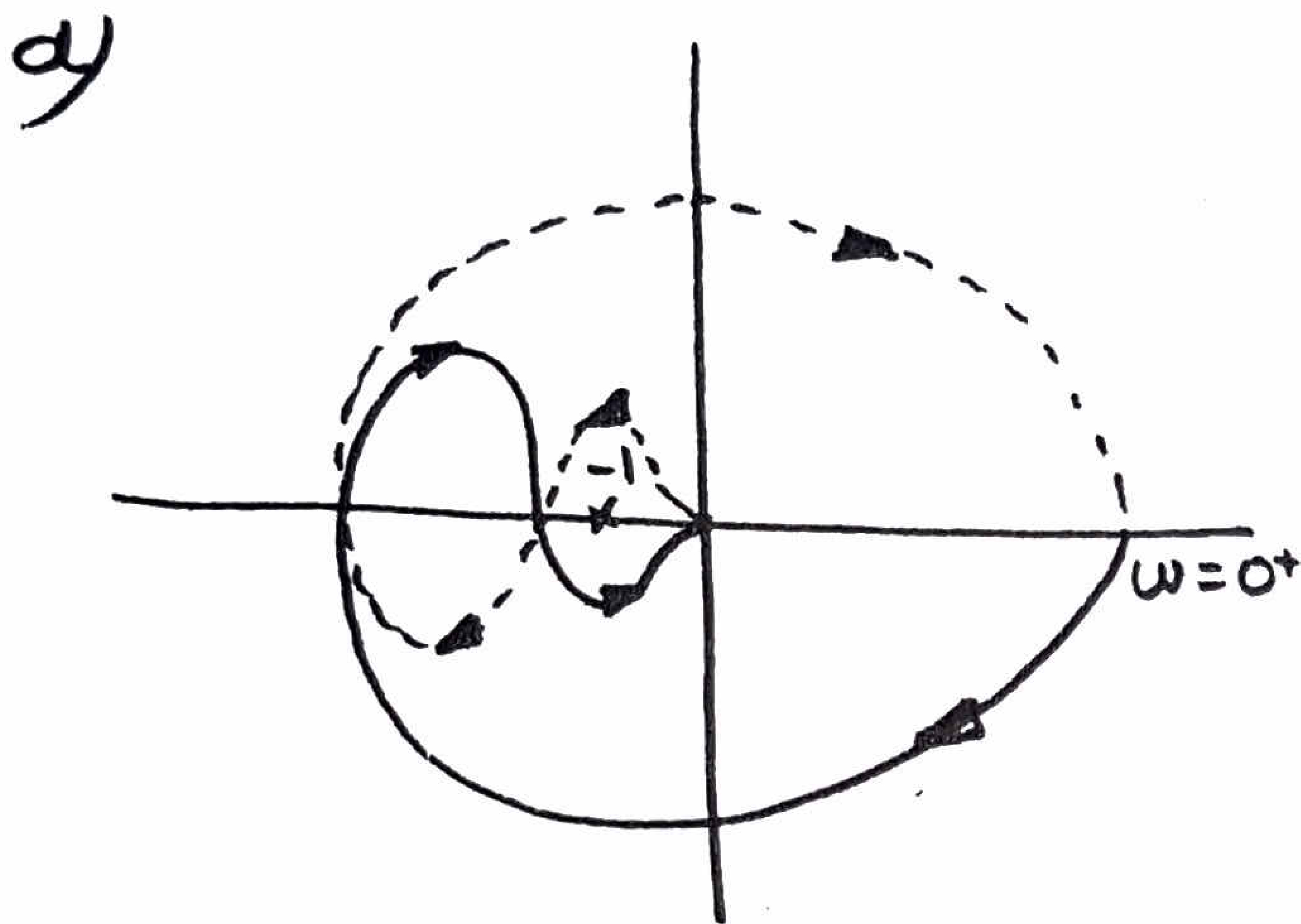


$N = 1 \Rightarrow$

$Z = N + P = 1$

Sistema inestable.

d)

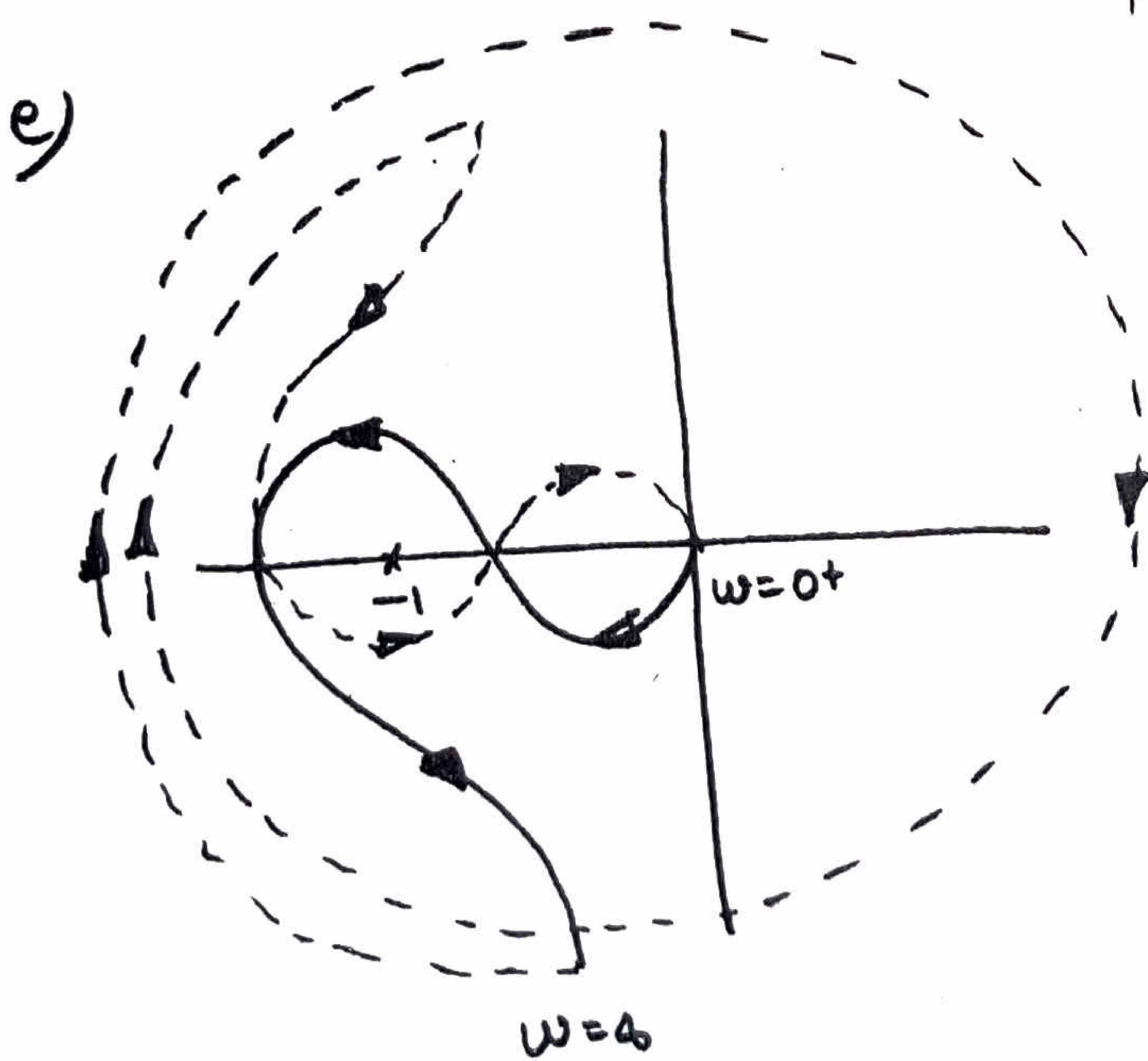


$P = 1$ (dato)

$N = Z + P = 0 \Rightarrow \underline{Z = 1}$

Sistema inestable.

e)



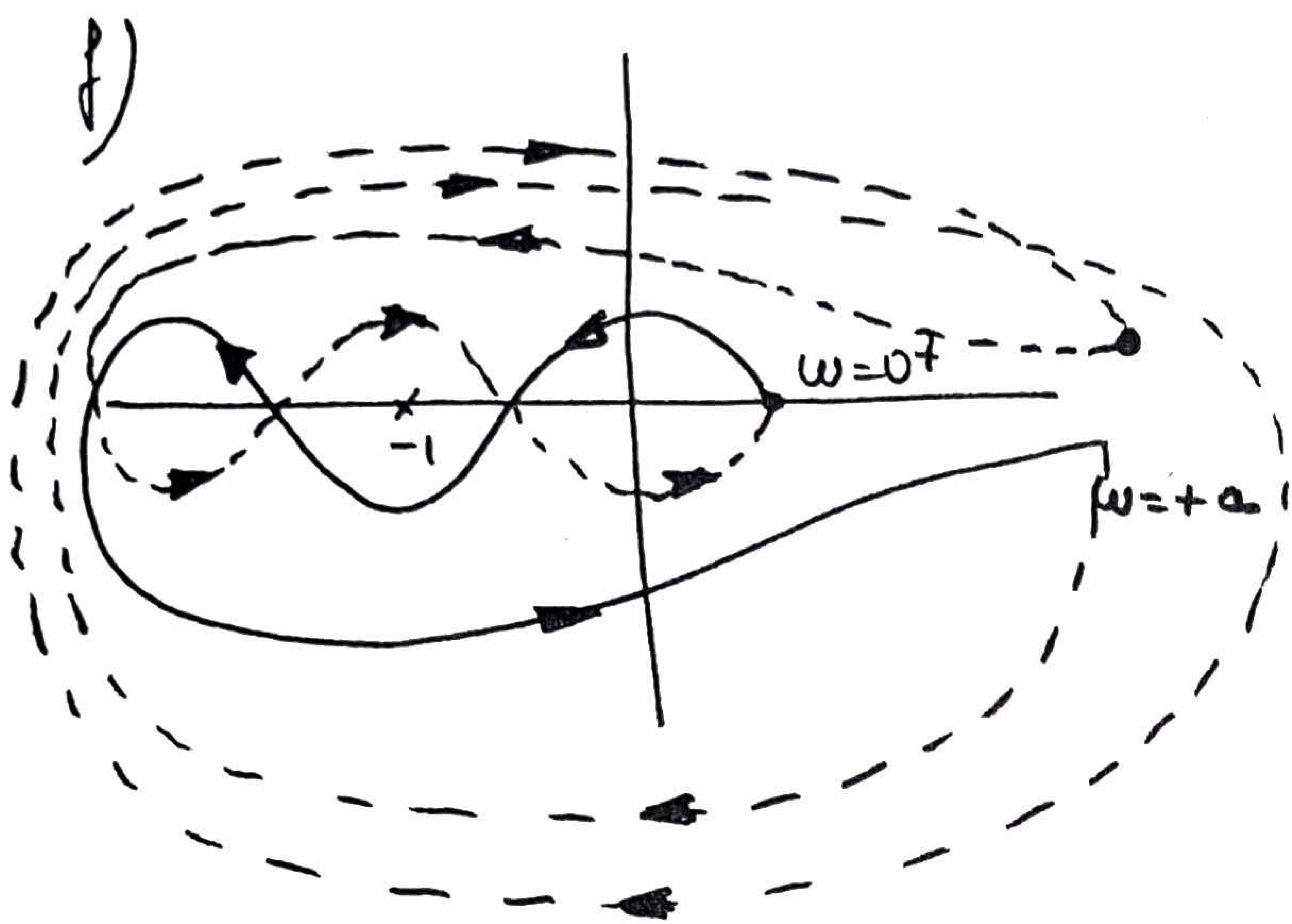
$P = 0$ (dato).

$N = 0 = Z - P \Rightarrow$

$Z = 0$

El sistema es stable.

f)



$P = 1$ (dato).

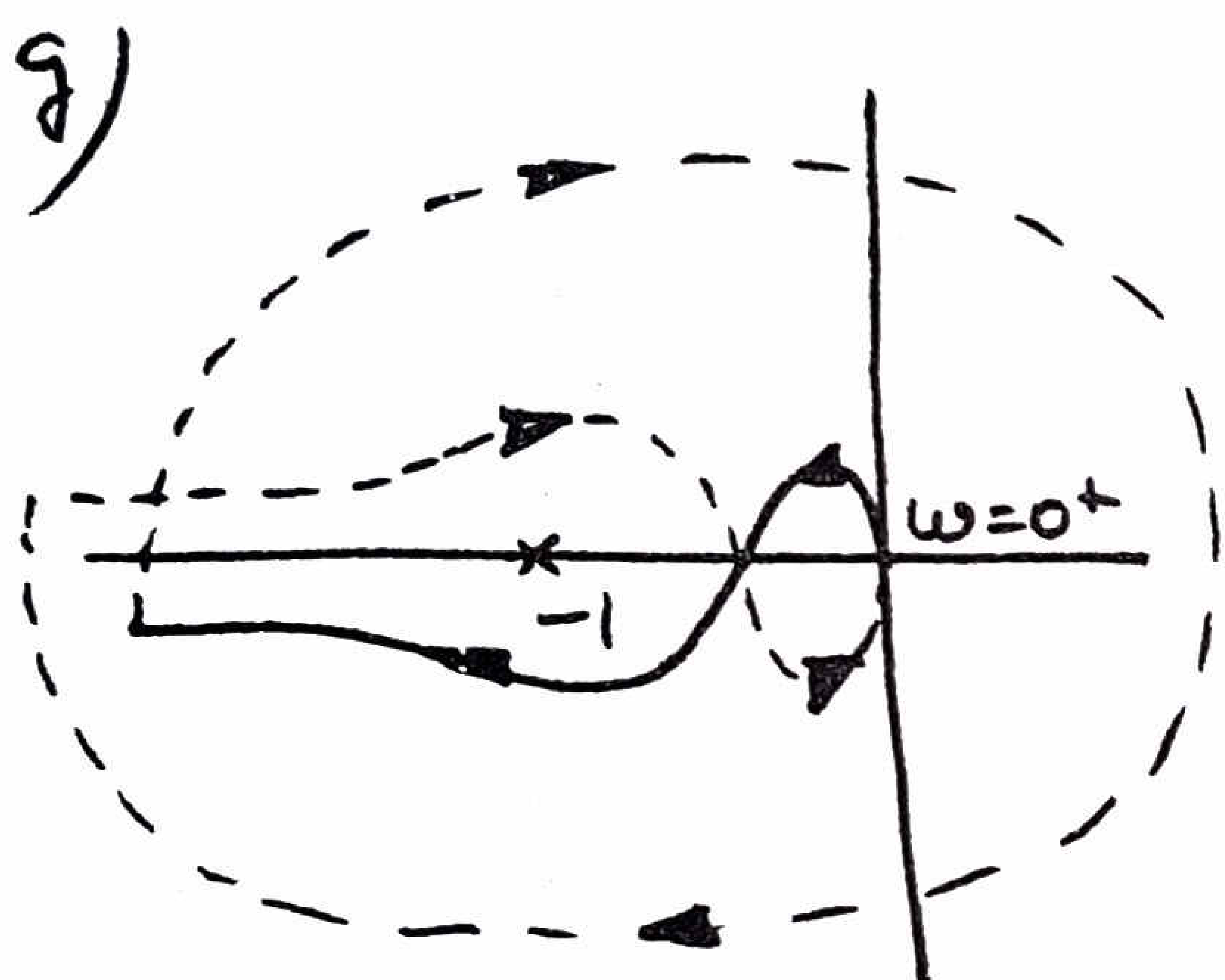
$N = 2 = Z - P$

$Z = N + P = 2 + 1 = 3$

Sistema instabile.

---

g)

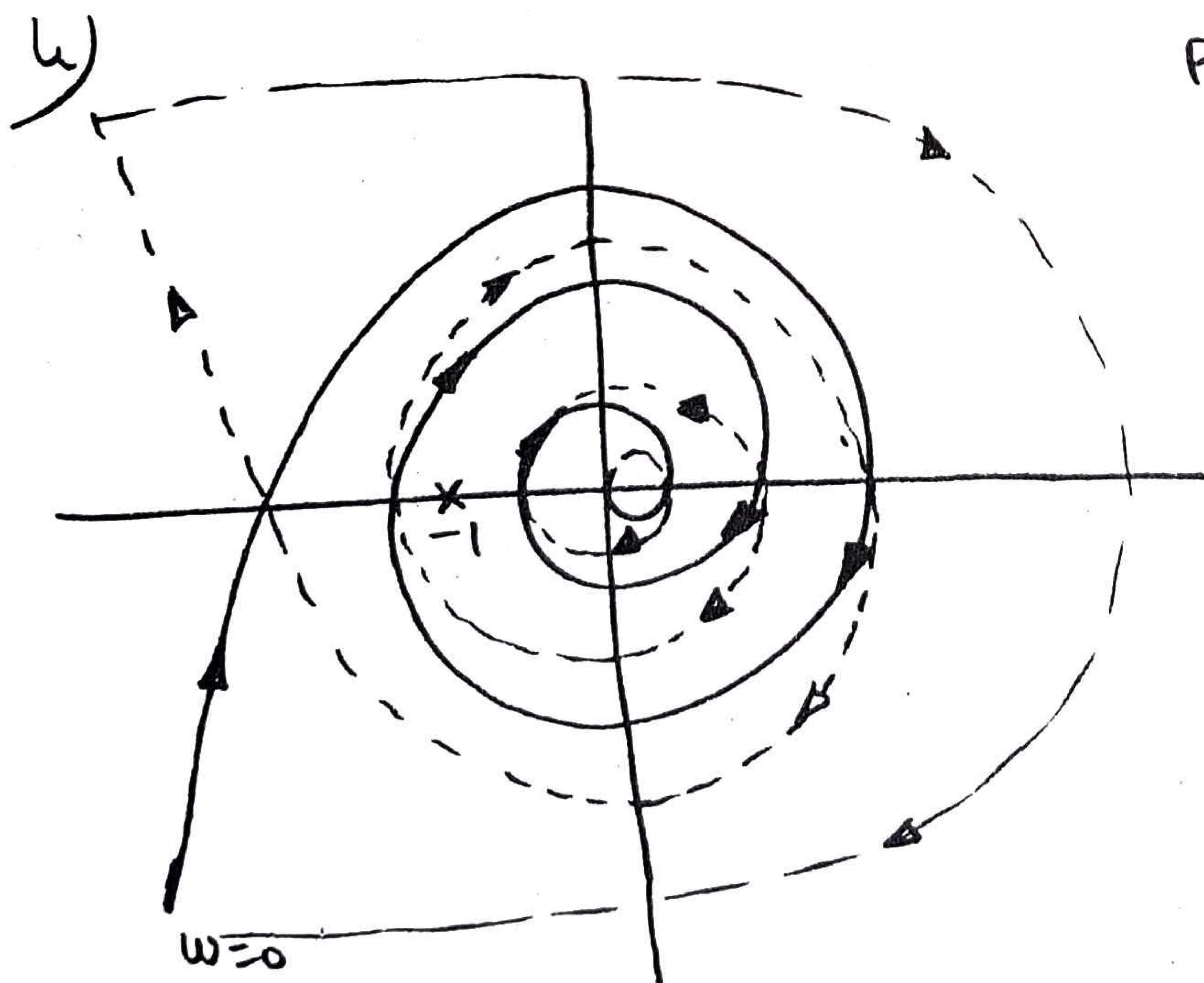


$P = 0$ (dato)

$N = 2 \Rightarrow Z = N + P = 0 + 2 = 2$

Sistema instabile.

h)



$P = 0$ (dato)

$N = 4$

$Z = N + P = 0 + 4 = 4$

Sistema instabile.

EXAMEN SERVOS - FEBRERO - 76

1. El diagrama de bloques de la figura corresponde a un servosistema elemental. Considerando las condiciones iniciales nulas, determinar en función del operador S (operador de Laplace), la expresión analítica del error E que gobernará el funcionamiento correcto del servo.

θ_e + E V T θ_s J B

$\theta_r = \theta_s$



Siendo:

$\theta_e = \omega_e t$ (ω_e=cte.); la señal de entrada; θ_s = señal de salida

θ_r = señal de realimentación; E =señal de error; A= ganancia del amplific-

K_t = cte. del motor; K_m=cte. de f.c.e.m.=0 ; T= par motor;

J= momento de inercia de la carga; B= Amortiguamiento de la carga.

+==========================

2. En la conexión de elementos síncronos de la figura se pide:

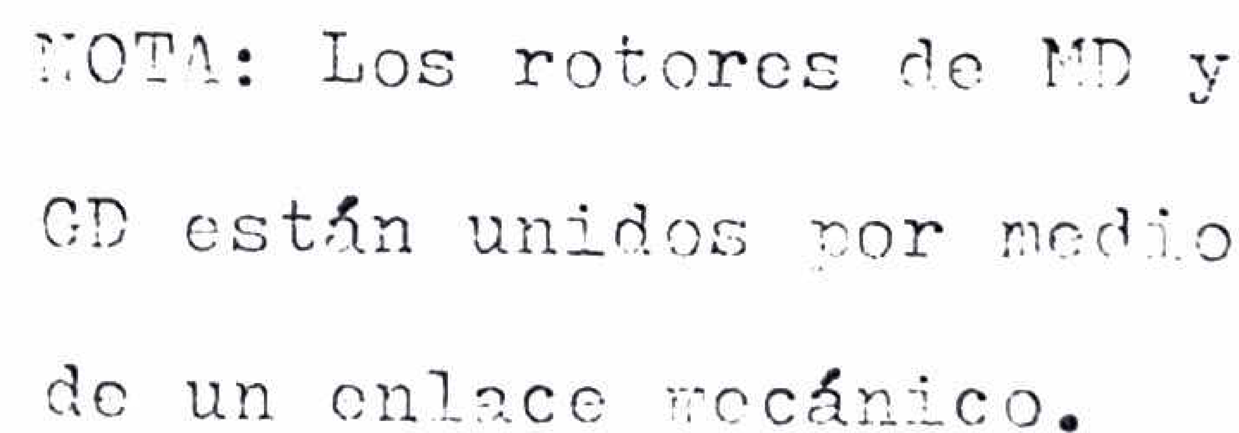
a). Expresión del ángulo de salida en función de los ángulos de entrada.

b). Valor numérico de tal salida cuando los ángulos de entrada son:

$\alpha = 15^\circ$; $\beta = -10^\circ$; $\theta = 25^\circ$.

G(α) — MD — G(β)

R_1 R_2 | S_1 S_2 S_3 — S_1 S_2 S_3 | R_1 R_2 R_3 — S_1 S_2 S_3 | R_1 R_2



NOTA: Los rotores de MD y GD están unidos por medio de un enlace mecánico.

G(θ) — GD — M(γ?)

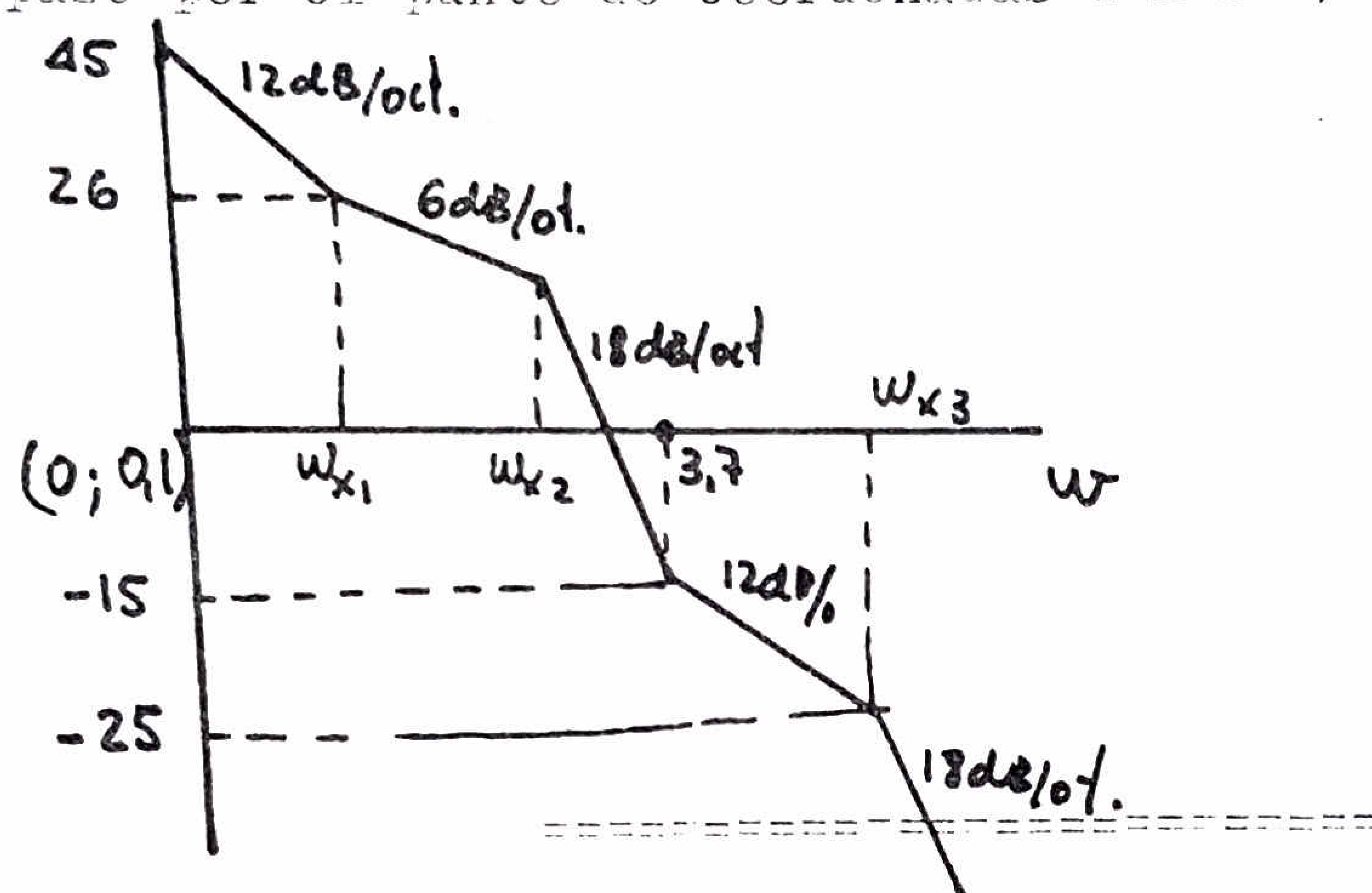
R_1 R_2 | S_1 S_2 S_3 — S_1 S_2 S_3 | R_1 R_2 R_3 — S_1 S_2 S_3 | R_2 R_1

EXAMEN SERVOS - FEBRERO 76

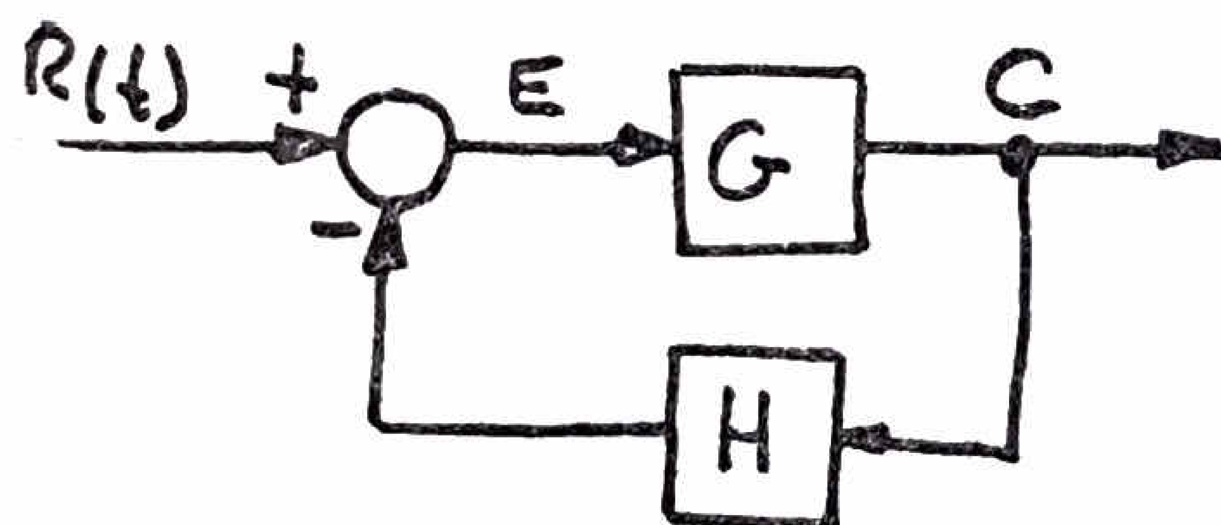
/3. En el trazado logarítmico de la figura, se pide:

a). Hallar la función de transferencia de la cual procede.

b). Calcular el valor de K necesario para que la aproximación asintótica pase por el punto de coordenadas w=2 rad/s, 0 db.



4. En el sistema de la figura, las funciones de transferencia son las indicadas.



$$G(s) = \frac{K(2-s)}{s^2(1+s)(3+s)}$$

$$H(s) = s$$

Se pide:

a) Margen de valores de K para los cuales el sistema es estable.

b) Determinar cuantos polos tiene la función de transferencia total con su parte real positiva para K= 3 .

c) Calcular para K= 1 y con una entrada fe la forma R(t)=5t el error en régimen permanente y la salida en régimen permanente, suponiendo que las condiciones iniciales del régimen permanente son nulas.

UNIVERSIDAD LABORAL
ALCALA DE HENARES

Hoja núm. ....

Curso: 3º

Aula:

Número:

Fecha 25 junio 1976 Curso 1975/1976

ASIGNATURA SERVOTECNIA

ALUMNO .... (APELLIDOS) .... (NOMBRE)

1. Dada la función de transferencia en lazo abierto de un sistema, se pide:

a). Hallar el margen de valores positivos de K para que el sistema sea estable, haciendo uso del criterio de Nyquist.

b). Calcular para K=1/200 los márgenes de ganancia del sistema.

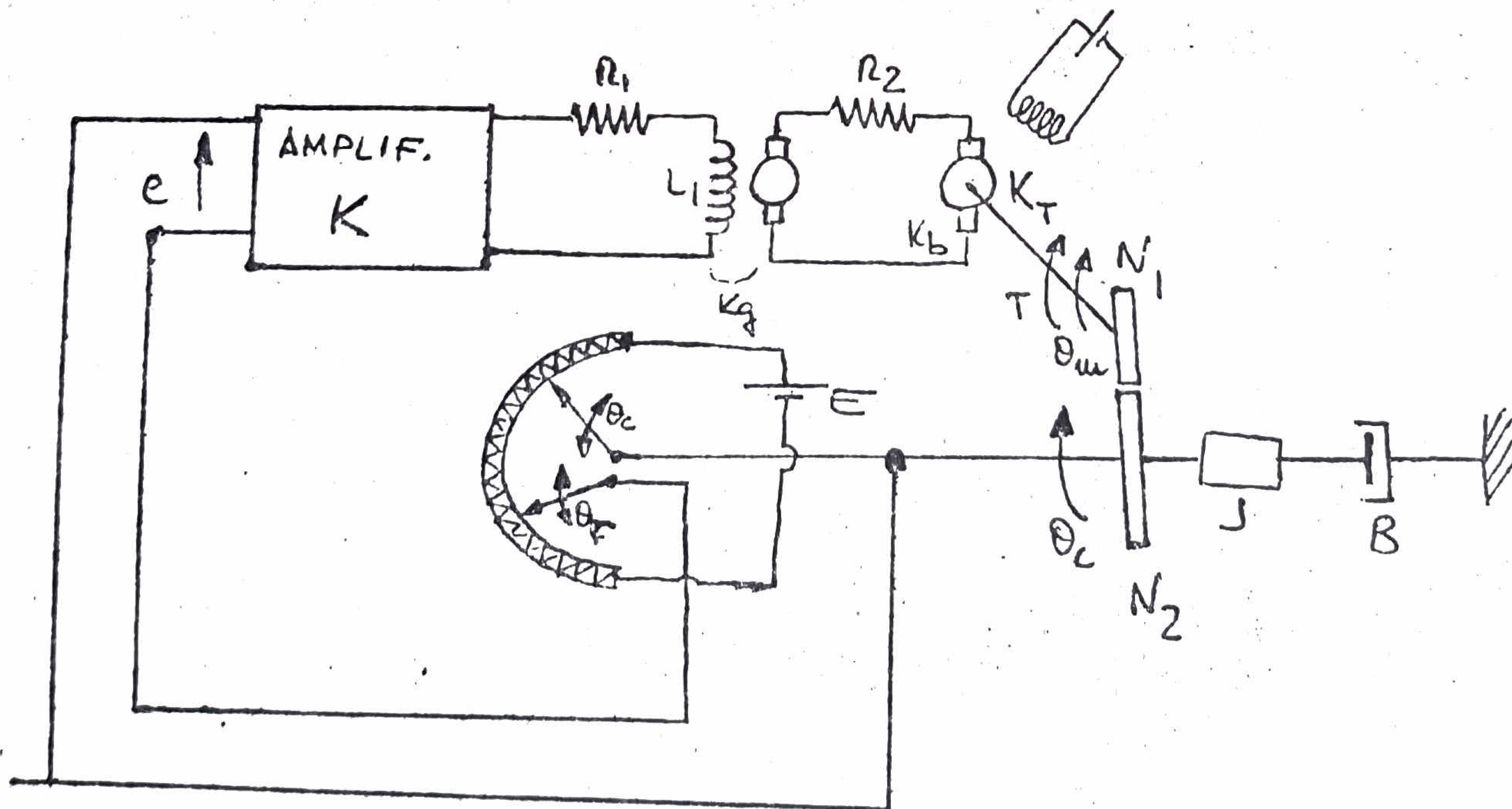
Función de transferencia en lazo abierto: $G(s)H(s) = \dfrac{K(1+10s)^2}{s^3(1+s)(1+2s)}$

= =

2º Dado el sistema de la figura, se pide:

a). Hallar su diagrama de bloques equivalente, con expresión de la función de transferencia de cada bloque obtenido.

b). Deducir el valor de la transformada del error que gobernaria el servosistema en cualquier instante cuando a la entrada del mismo se aplica una señal de la forma $r(t) = \omega t$



NOTA. Se considerará como variable de salida el angulo de giro θ_c

El potenciómetro detector de error está devanado sobre media circunferencia.

La señal de entada se aplca mecanicamente a uno fe los dos cursores del potenciómetro.

UNIVERSIDAD LABORAL
ALCALA DE HENARES

Hoja núm. ....

Curso: 3º

Aula: ......

Número: ....

Fecha ...25. Junio. 1976. ... Curso 19.75 /19.76 ...

ASIGNATURA ..... SERVOTECNIA

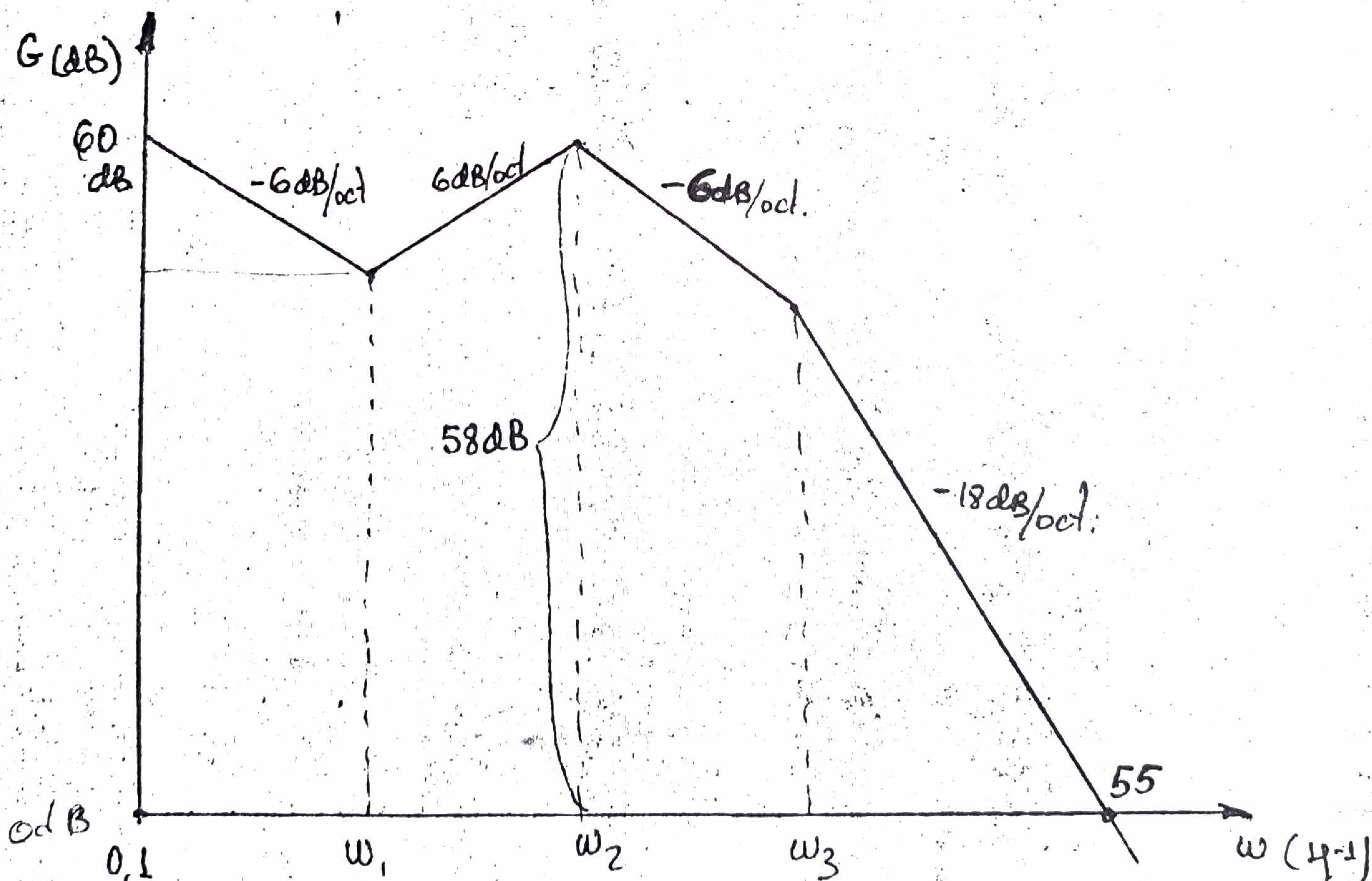
ALUMNO .... (APELLIDOS) .... (NOMBRE)

3. Se tiene un servosistema del cual se conoce la función de transferencia inversa H(s)= 1/s y G(s) viene dada por su aproximación asintótica de Bode indicada en la figura. Se pide:

a). Determinar la función de transferencia ~~G~~ G(s).

b). Calcular el error en régimen permanente asi como la sqlida en régimen permanente cuando a la entrada del sistema se aplica una funciónde la forma $r(t)= 2+2t^2$

NOTA: La realimentación se supondrá negativa. Se sabe además que $\omega_3 = 20\omega_1$



ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERIA TECNICA DE TELECOMUNICACION.

Alcala de Henares, 13 de Junio de 1977. SERVOTECNIA, examen final.

---

1). En el servosistema de la figura, se pide:

a). Diagrama de bloques del sistema, indicando la función de transferencia de cada bloque.

b), Indicar de qué tipo es el sistema y cómo se obtendria el error en régimen permanente para los tres tipos de entradas básicas.

Notas.

El amplificador hidraulico es un componente en el qur se verifica que $Dy = K_2 . e$, en donde y es el despazamiento del pistón y e el de la válvula.

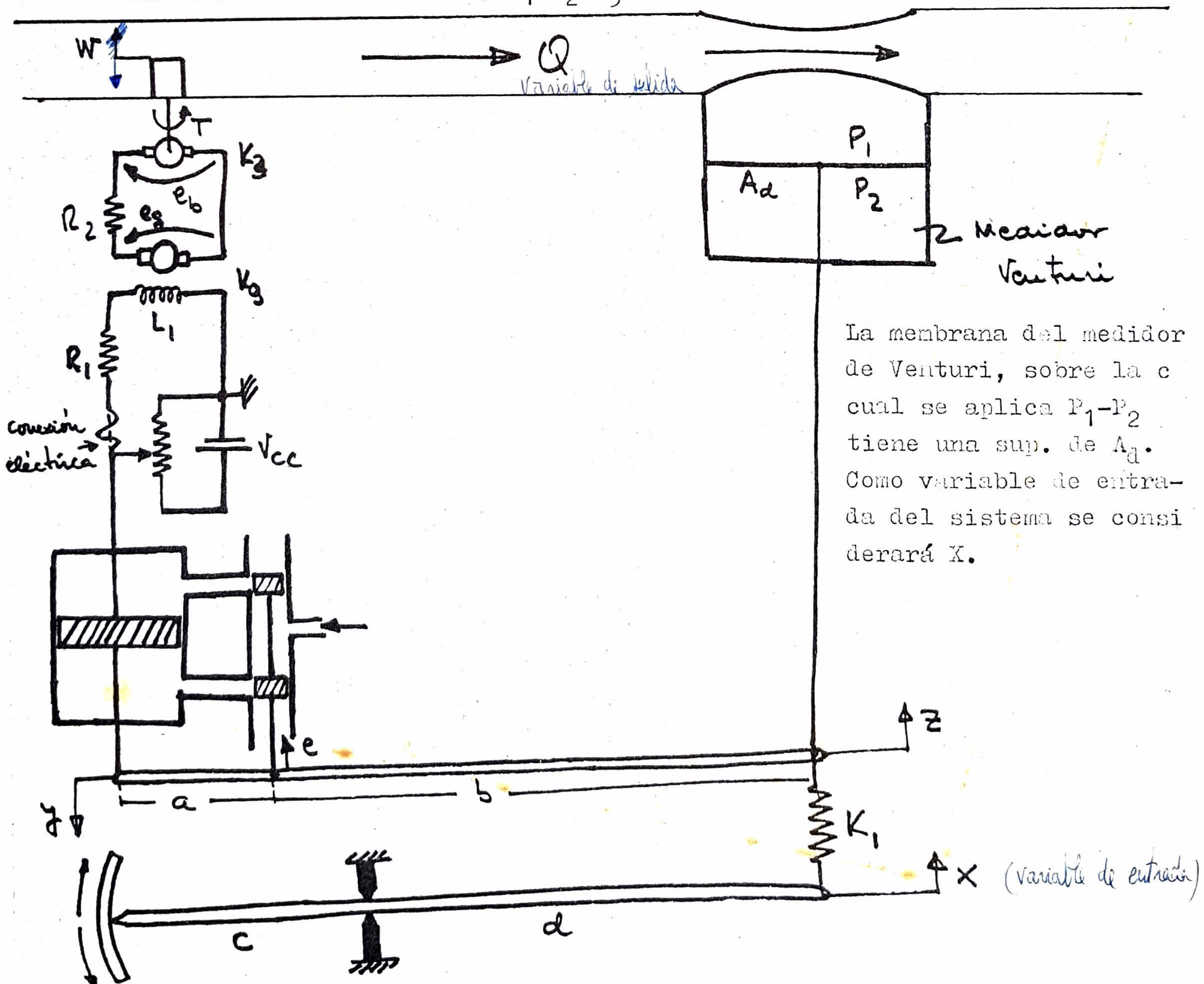
El potenciómetro P tiene un devanado de <u>d</u> metros.

El servomotor está controlado por armadura y en él las dos constantes, K_T y K_b se considerarán iguales a K_3.

La válvula que permite el paso del caudal Q está atornillada, de tal manera que el par T obtenido en el motor se aplica sobre tal válvula cuyo atornillamiento permite pasar de desplazamiento angular a desplazaminto longitudinal. El paso del tornillo es <u>P</u> [→ mts/rad.] y la válvula tiene un momemto J y un rozamiento con respecto al sistema con respecto al cual se mueve de B.

En la välvula que permite el paso de fluido, se verifica $Q = K_4 . w$.

En el medidor de Venturi, $P_1 - P_2 = K_5 . Q$.



La membrana del medidor de Venturi, sobre la cual se aplica $P_1 - P_2$ tiene una sup. de A_d. Como variable de entrada del sistema se considerará X.

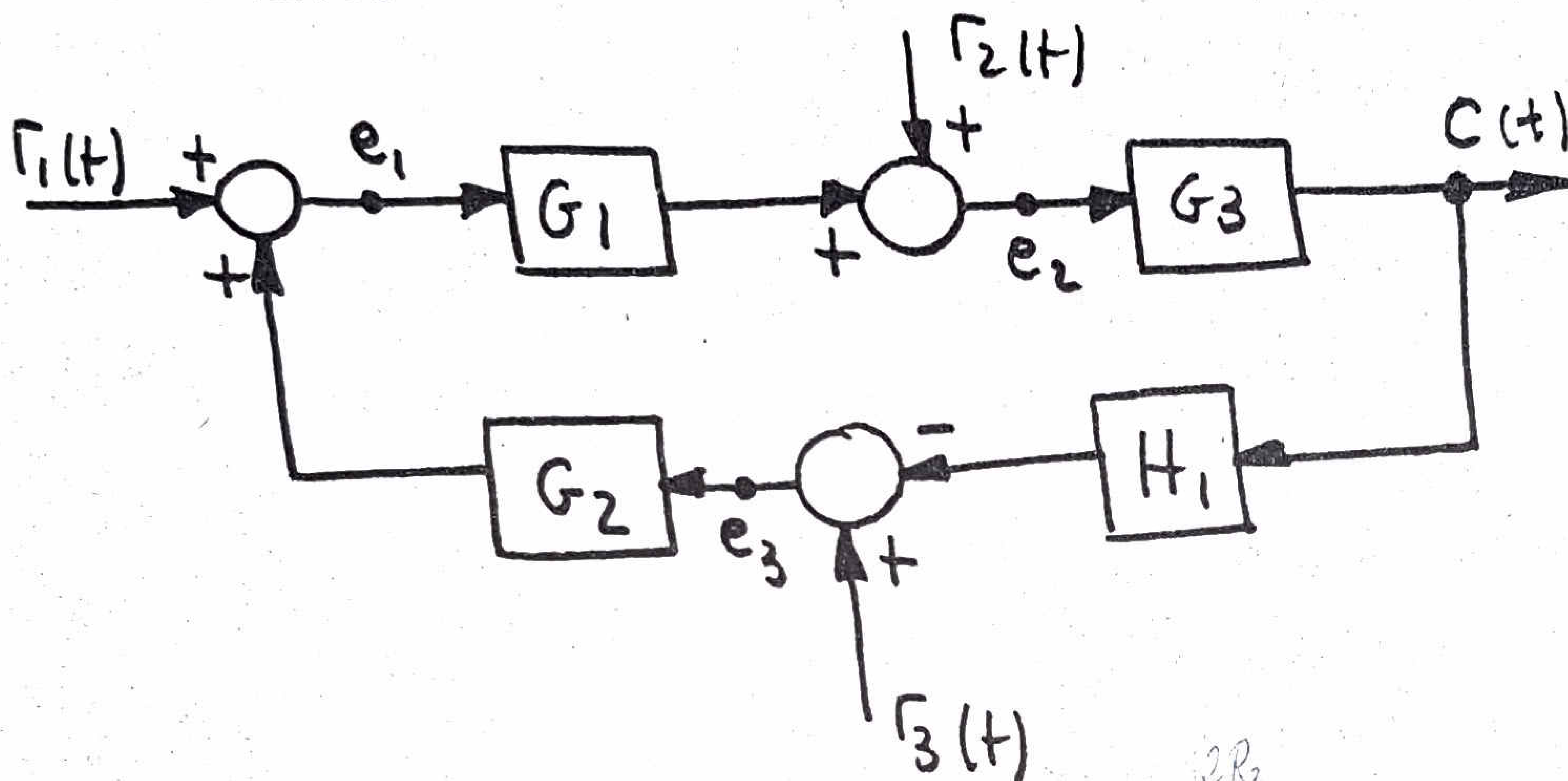
ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERIA TECNICA DE TELECOMUNICACION.
ALCALA DE HENARES, 13 de Junio de 1977.
SERVOTECNIA. Examen final.

= =

2.- Dado el sistema de la figura, se pide:

a). Hallar las señales e_1, e_2 y e_3 obtenidas en régimen permanente considerándolas debidas a r_1, r_2 y r_3 respectivamente, suponiendo las dos restantes nulas.

b). Obtener la señal de salida total del sistema C(t) en régimen permanente.



$$G_1 = \frac{2(1+s)}{s(s+2)}$$

$$G_2 = \frac{4(s+2)}{s+1}$$

$$G_3 = \frac{s+3}{3s(s+4)}$$

$$H_1 = \frac{3s}{s+3}$$

$r_1(t) = 2t \cdot u(t)$, $r_2(t) = 2t^2 \cdot u(t)$, $r_3(t) = 2 \cdot u(t)$.

= =

3.- Un srevosistema con realimentación unidad tiene una función fe transferencia directa dada por:

$$G(s) = \frac{K(1+s)(2-s)(20+s)}{s^2(2+s)(20-s)}$$

se pide:

a). Hallar los márgenes de valores positivos y negativos de K para que el sistema sea estable usando el criterio de Nyquist.

b). Idem para que el sistema sea inestable y cuya función de transferencia total tenga dos polos en la región real positiva del plano complejo.

c). Dibujar las aproximaciones asintóticas para el módulo y la fase de la función dada.

Z